2015

Annales concours ICNA 2015

ENAC

La référence aéronautique

www.enac.fr

J. 15 1231

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE **Session 2015**

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CÔNTROLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE

◆

Épreuve obligatoire de

FRANÇAIS

Durée : 4 heures

Coefficient : 2

◆

Cette épreuve comporte :

1 page de garde
3 pages de texte et questions recto

L'USAGE DE CALCULATRICES, DE TELEPHONES PORTABLES OU DE DOCUMENTS PERSONNELS N'EST PAS AUTORISE

Article « EGALITE »
Dictionnaire philosophique portatif-1764
Voltaire (1694-1778)

Que doit un chien à un chien, et un cheval à un cheval? Rien, aucun animal ne dépend de son semblable; mais l'homme ayant reçu le rayon de la Divinité qu'on appelle *raison*, quel en est le fruit? C'est d'être esclave dans presque toute la terre.

Si cette terre était ce qu'elle semble devoir être, c'est-à-dire si l'homme y trouvait partout une subsistance facile et assurée, et un climat convenable à sa nature, il est clair qu'il eût été impossible à un homme d'en asservir un autre. Que ce globe soit couvert de fruits salutaires; que l'air qui doit contribuer à notre vie ne nous donne point les maladies et la mort; que l'homme n'ait besoin d'autre logis et d'autre lit que celui des daims et des chevreuils: alors les Gengis-Kan et les Tamerlan n'auront de valets que leurs enfants, qui seront assez honnêtes gens pour les aider dans leur vieillesse.

Dans cet état si naturel dont jouissent tous les quadrupèdes, les oiseaux et les reptiles, l'homme serait aussi heureux qu'eux, la domination serait alors une chimère, une absurdité à laquelle personne ne penserait; car pourquoi chercher des serviteurs quand vous n'avez besoin d'aucun service?

S'il passait par l'esprit à quelque individu à tête tyrannique et à bras nerveux d'asservir son voisin moins fort que lui, la chose serait impossible: l'opprimé serait à cent lieues avant que l'oppresseur eût pris ses mesures.

Tous les hommes seraient donc nécessairement égaux s'ils étaient sans besoins. La misère attachée à notre espèce subordonne un homme à un autre homme; ce n'est pas l'inégalité qui est un malheur réel, c'est la dépendance. Il importe fort peu que tel homme s'appelle Sa Hautesse, tel autre Sa Sainteté; mais il est dur de servir l'un ou l'autre.

Une famille nombreuse a cultivé un bon terroir; deux petites familles voisines ont des champs ingrats et rebelles: il faut que les deux pauvres familles servent la famille opulente, ou qu'elles l'égorgent, cela va sans difficulté. Une des deux familles indigentes va offrir ses bras à la riche pour avoir du pain; l'autre va l'attaquer et est battue. La famille servante est l'origine des domestiques et des manœuvres; la famille battue est l'origine des esclaves.

Il est impossible, dans notre malheureux globe, que les hommes vivant en société ne soient pas divisés en deux classes, l'une de riches qui commandent, l'autre de pauvres qui servent; et ces deux se subdivisent en mille, et ces mille ont encore des nuances différentes.

Tous les pauvres ne sont pas absolument malheureux. La plupart sont nés dans cet état, et le travail continuel les empêche de trop sentir leur situation; mais, quand ils la sentent, alors on voit des guerres, comme celle du parti populaire contre le parti du sénat à Rome; celle des paysans en Allemagne, en Angleterre, en France. Toutes ces guerres finissent tôt ou tard par l'asservissement du peuple, parce que les puissants ont l'argent, et que l'argent est maître de tout dans un État: je dis dans un État, car il n'en est pas de même de nation à nation. La nation qui se servira le mieux du fer subjuguera toujours celle qui aura plus d'or et moins de courage.

Tout homme naît avec un penchant assez violent pour la domination, la richesse et les plaisirs, et avec beaucoup de goût pour la paresse; par conséquent tout homme voudrait avoir l'argent et les femmes ou les filles des autres, être leur maître, les assujettir à tous ses caprices, et ne rien faire, ou du moins ne faire que des choses très agréables. Vous voyez bien qu'avec ces belles dispositions il est aussi impossible que les hommes soient égaux qu'il est impossible que deux prédicateurs ou deux professeurs de théologie ne soient pas jaloux l'un de l'autre.

Le genre humain, tel qu'il est, ne peut subsister, à moins qu'il n'y ait une infinité d'hommes utiles qui ne possèdent rien du tout; car, certainement, un homme à son aise ne quittera pas sa terre pour venir labourer la vôtre; et, si vous avez besoin d'une paire de souliers, ce ne sera pas un maître des requêtes qui vous la fera. L'égalité est donc à la fois la chose la plus naturelle et en même temps la plus chimérique.

Comme les hommes sont excessifs en tout quand ils le peuvent, on a outré cette inégalité; on a prétendu dans plusieurs pays qu'il n'était pas permis à un citoyen de sortir de la contrée où le hasard l'a fait naître; le sens de cette loi est visiblement: *Ce pays est si mauvais et si mal gouverné que nous défendons à chaque individu d'en sortir, de peur que tout le monde n'en sorte.* Faites mieux: donnez à tous vos sujets envie de demeurer chez vous, et aux étrangers d'y venir.

Chaque homme, dans le fond de son cœur, a droit de se croire entièrement égal aux autres hommes; il ne s'ensuit pas de là que le cuisinier d'un cardinal doive ordonner à son maître de lui faire à dîner; mais le cuisinier peut dire: «Je suis homme comme mon maître, je suis né comme lui en pleurant; il mourra comme moi dans les mêmes angoisses et les mêmes cérémonies. Nous faisons tous deux les mêmes fonctions animales. Si les Turcs s'emparent de Rome, et si alors je suis cardinal et mon maître cuisinier, je le prendrai à mon service.» Tout ce discours est raisonnable et juste; mais attendant que le Grand Turc s'empare de Rome, le cuisinier doit faire son devoir, ou toute société humaine est pervertie.

A l'égard d'un homme qui n'est ni cuisinier d'un cardinal ni revêtu d'aucune autre charge dans l'État; à l'égard d'un particulier qui ne tient à rien, mais qui est fâché d'être reçu partout avec l'air de la protection ou du mépris, qui voit évidemment que plusieurs n'ont ni plus de science, ni plus d'esprit, plus de vertu que lui, et qui s'ennuie d'être quelquefois dans leur antichambre, quel parti doit-il prendre? Celui de s'en aller.

998 mots

1) Vous résumerez ce texte en 210 mots avec une marge de tolérance de 10 mots (200-220).

Vous indiquerez le nombre de mots à la fin du résumé.

2) Vous commenterez la phrase suivante :

«L'égalité est donc à la fois la chose la plus naturelle et en même temps la plus chimérique.»

Vous analyserez et discuterez cette citation en vous appuyant sur des exemples passés ou présents pour étayer votre réflexion.

Un bon développement argumenté est composé d'une introduction, de parties distinctes, d'une conclusion. Il doit présenter des arguments accompagnés d'exemples précis et pertinents. La correction de la langue, le respect de l'orthographe, de la ponctuation, de l'accentuation, la qualité de la mise en page et la lisibilité de l'écriture seront pris en compte pour l'évaluation des devoirs.

IMPRIMERIE NATIONALE – D'après documents fournis

J. 15 1234

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE **Session 2015**

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE

◆

Épreuve obligatoire d'ANGLAIS

Durée : 2 heures

Coefficient : 3

◆

Cette épreuve comporte :

1 page de garde
1 page d'instructions pour remplir le QCM
13 pages de texte/questions recto/verso

L'USAGE DE CALCULATRICES, DE TELEPHONES PORTABLES OU DE DOCUMENTS PERSONNELS N'EST PAS AUTORISE

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE **ICNA 2015**

ÉPREUVE OBLIGATOIRE D'ANGLAIS

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve obligatoire d'anglais de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

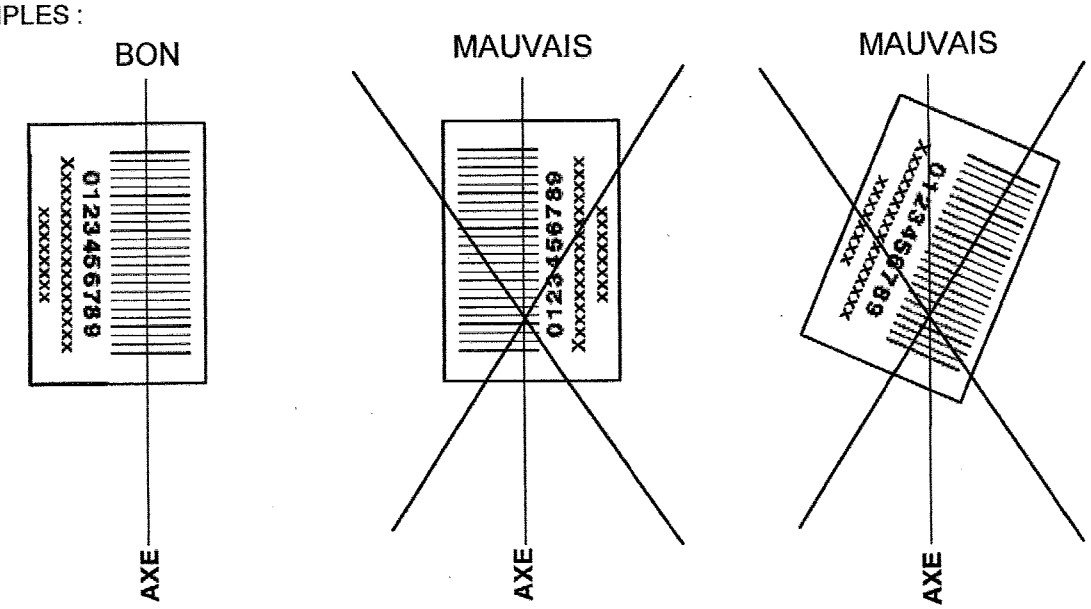
ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, **l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez,** c'est-à-dire « épreuve obligatoire d'anglais ».

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, positionner celle-ci en **position verticale** avec les chiffres d'identification **à gauche** (le trait vertical devant traverser la totalité des barres de ce code).

EXEMPLES :



2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un STYLO BILLE ou une POINTE FEUTRE de couleur **NOIRE**.

3) Utilisez le sujet comme brouillon (ou les brouillons qui vous sont fournis à la demande par la surveillante qui s'occupe de votre rangée) et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.

4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.

5) Cette épreuve comporte 80 questions. Vous devez donc porter vos réponses sur les lignes numérotées de 1 à 80. N'utilisez en aucun cas les lignes numérotées de 81 à 100. Veillez à bien porter vos réponses sur la ligne correspondant au numéro de la question.

CHAQUE QUESTION NE COMPORTE QU'1 SEULE BONNE REPONSE.

Ne noircissez donc jamais 2 cases, il vous serait attribué automatiquement zéro pour cette question.

Complétez les phrases à l'aide des mots ou groupes des mots proposés. Noircissez ensuite la case correspondant à votre choix sur la grille de réponses.

1) Samsung had ..... money into factories to boost production of chips and panels used in Apple products.

A) spilled B) drained C) poured D) split E) wiped

2) ..... on by a partisan crowd, she battled on bravely but, despite her best efforts, she was unable to claim the trophy.

A) Cried B) joined C) Rung D) Roared E) Barked

3) The popularity of the Harry Potter books and films has ..... a host of Harry Potter themed activities.

A) spun B) sponged C) spawned D) splayed E) splattered

4) The Germans have been ..... for the past year or more for a treaty designed to deepen EU integration at every level.

A) touching B) pressing C) handling D) tuning E) switching

5) He was widely tipped to..... the role as next chief of staff.

A) take on B) take turns C) take off D) take in E) take through

6) Despite ..... different circumstances between western women and those in the eastern Democratic Republic of the Congo, there is much they share.

A) too much B) vastly C) few D) bigger E) too little

7) A central London "Marks & Spencer" store is offering the opportunity to buy celebrity ..... while raising money for Oxfam.

A) castoffs B) stowaways C) letdowns D) hopefuls E) dropouts

8) Opposition groups ..... at the ban calling it mean-spirited and small-minded.

A) hit out B) challenged C) called D) screamed E) condemned

9) Cardiff is ..... to be the worst hit, with flooding anticipated due to a combination of hard rainfall and melting snow.

A) seems B) likely C) possible D) carefully E) surely

10) "We're increasingly seeing leadership styles that are less about command and control and much more ..... with involving and empowering people".

A) to do B) to see C) to have D) to make E) to be

Tournez la page S.V.P.

11) Wildlife experts urge people to take part in an annual survey to monitor how birds are .....

A) styling B) smoothing C) ironing D) faring E) smothering

12) The first findings from a massive five-year UK citizen science project.....

A) are releasing B) released C) had released D) to release
E) have been released

13) Several core users of the site have ..... concerns over the recent treatment of rock music.

A) lifted B) upped C) carried D) ascended E) raised

14) Protected species such as newts and bats can ..... the construction of the airport for weeks.

A) hold on B) hold tight C) hold close D) hold over E) hold up

15) Eight senior members of staff have been suspended, representing a serious ..... to this shop which gearing is up for the Christmas period.

A) bullet B) blow C) target D) shot E) stance

16) A meerkat at London Zoo is having fun as it checks out a new playmate in its ..... .

A) Biro B) hatch C) pen D) ink E) kennel

17) In ..... these galling facts, the report concludes, France should introduce a tax on the collection of personal data.

A) spite of B) because C) light D) due to E) despite

18) It's a powerful film with dramatic brush ..... which are broad and colorful.

A) styles B) spills C) sweeps D) strokes E) stills

19) Architect, Mary Joyce, says she encounters two common problems in homes: poor insulation and draughts from ..... windows.

A) unruly B) mismatched C) awkward D) clumsy E) ill-fitted

20) While the work is currently at the "early discovery" stage, the ultimate aim is to ..... understand the immune system.

A) more B) much C) better D) best E) well

Lisez le texte suivant. Complétez chaque blanc à l'aide des mots ou groupes de mots proposés à la fin du texte. Noircissez ensuite la case qui correspond à votre choix sur la grille des réponses.

Snowstorm for drivers as UK prepares for heavy rain

Motorways in the North of England came to a (21)..... after heavy snowfall, but the country has been told to expect flooding as rain moves in.

Heavy snowstorms which left drivers (22) ..... for hours on motorways in the North of England are expected to turn to rain on Saturday, raising fears of flooding.

Traffic on the M6 motorway (23) ..... to a stop overnight in both directions between junctions 25 and 27 in Lancashire after a sudden fall of more than a foot of snow around 8.30pm, the Highways Agency said.

Many vehicles became stuck along the stretch of motorway between Wigan and Standish after (24)..... to make it up inclines in the treacherous conditions, (25) ..... a number of accidents involving jack-knifed lorries blocked lanes.

Traffic on the M6, as well as the M56 and M58 which was also blocked, was moving again but remained heavily congested with long tailbacks, Lancashire police said.

21.	A) hold-up	B) standstill	C) back-up	D) set-down	E) holdall
22.	A) pasted	B) sticking	C) sticky	D) stranded	E) glued
23.	A) halt	B) ran	C) dashed	D) darted	E) came
24.	A) to struggle	B) struggled	C) struggling	D) to be struggled	E) to have struggled
25.	A) while	B) during	C) since	D) for	E) to

Tournez la page S.V.P.

Lisez le texte suivant. Complétez chaque blanc à l'aide des mots ou groupes de mots proposés à la fin du texte. Noircissez ensuite la case correspondant à votre choix sur la grille des réponses.

The sound of junior doctors cracking under the strain

Towards midday the junior doctor, Brian O' Connor, transfers to the emergency department, where he **(26)** ..... on duty until 9am the following morning. There are treatment plans to **(27)**..... , lumbar punctures to commission and chest X-rays to order.

"There's a lot of decision-making involved. You have to be nimble on your feet. Some of the elderly patients have stories to tell and you do your best to **(28)**..... an ear, but there's always the pressure to move on to the next patient," he says.

An average of 25 patients comes into the emergency each night, many with serious conditions. O'Connor, whose specialties are gastro-intestinal and general medicine, supervises his senior house officers' work and is often called in by colleagues for advice on their patients.

There's time for a cup of coffee but not much more, and even when his stint in emergency is up, there are ward rounds to complete and more tests to order for patients. By the time he **(29)**..... home, he has clocked up 28 straight hours at work.

Steering groups and committees have been working on the problem for years, but there is little sign of a solution.

The doctors are meeting next week to decide a plan of action – they went on strike in the 1980s – but for the immediate future, hospital patients **(30)**..... sure that, if their doctor looks exhausted, he or she probably is.

26.	A) is remaining	B) has remained	C) will remain	D) remained	E) had remained
27.	A) carry up	B) stretch out	C) hit on	D) draw up	E) get over
28.	A) borrow	B) beg	C) lend	D) bend	E) hear
29.	A) hands	B) eyes	C) legs	D) backs	E) heads
30.	A) can be	B) might be	C) must be	D) have to be	E) should be

" PAGE BLANCHE "

Tournez la page S.V.P.

Lisez le texte suivant. Complétez chaque blanc à l'aide des mots ou groupes de mots proposés à la fin du texte. Noircissez ensuite la case correspondant à votre choix sur la grille des réponses.

Stephen King risks wrath of NRA by releasing pro-gun control essay

Stephen King, the best-selling author made an unexpected charge into the national debate on gun violence on Friday with a passionate, angry essay **(31)** ..... for reform.

King, who owns three handguns, aimed the polemic at fellow gun-owners, **(32)**..... them to support a ban on automatic and semi-automatic weapons in the **(33)** ..... of the December shooting at Sandy Hook elementary school.

"Autos and semi-autos are weapons of mass destruction. When lunatics want to make war on the unarmed and unprepared, these are the weapons they use," King wrote.

He said blanket opposition to gun control was less about defending the second amendment of the US constitution **(34)** ....."a stubborn desire to hold onto what they have, and to hell with the collateral damage".

King finished the 25-page essay, Guns, last Friday and wanted it published as soon as possible, given the Obama administration's **(35)**..... battle with the National Rifle Association and its allies.

The novelist, who has sold more than 350 million books, last year issued a call for the rich, such as himself, to pay more tax. In his latest **(36)** ..... into politics, he acknowledges his liberal inclinations.

King said he did not apologise **(37)** ..... his book Rage because it told the truth about high-school alienation. However, he said, he ordered his publisher to withdraw the book because it had proved dangerous.

Much of the opposition to gun control stemmed from paranoia about the federal government, King argued. "These guys and gals actually believe that dictatorship will follow disarmament, with tanks in the streets of Topeka."

He assured gun owners that no one wanted to take away their hunting rifles, shotguns or pistols, **(38)** ..... they held no more than 10 rounds.

The essay was published as a Kindle Single, a format launched in 2011 for **(39)** ..... too long for magazines but too short to be books. In a statement following publication, King said every citizen needed to ponder the fact the US was **(40)** .....with guns. "If this helps provoke constructive debate," he said, "I've done my job."

31.	A) chattering	B) bawling	C) brawling	D) bragging	E) pleading
32.	A) calling on	B) calling up	C) calling over	D) calling round	E) calling down
33.	A) wake	B) rise	C) morning	D) sunset	E) sunrise
34.	A) more	B) that	C) as	D) of	E) than
35.	A) roaming	B) blooming	C) looming	D) bemoaning	E) hanging
36.	A) call	B) foray	C) raid	D) fall	E) chute
37.	A) to write	B) to writing	C) for write	D) written	E) for writing
38.	A) as far as	B) in so far	C) as long as	D) as well as	E) as for
39.	A) parts	B) pieces	C) spares	D) additives	E) additions
40.	A) awake	B) awoken	C) aware	D) awash	E) awkward

Tournez la page S.V.P.

Complétez les phrases à l'aide des mots ou groupes des mots proposés. Noircissez ensuite la case correspondant à votre choix sur la grille de réponses

41. Ours is an economy in which ludicrously cheap food is an ..... necessity.

A) absolute B) alternative C) unequal D) entire E) accountable

42. Since 2009, budgets for public-sector trading standards ..... by 32% in real terms.

A) was cut B) has been cut C) cut D) have been cut E) are cut

43. After a hard morning's skiing we walked in to find a roaring fireplace by which we ..... our jackets, gloves and hats.

A) hung up B) put up C) strung D) put on E) put over

44. It was only on the penultimate day that we first ..... up the courage to tackle the climb up the steep mountain.

A) churned B) swirled C) plucked D) dug E) found

45. Hunt dismissed ..... that the government was going back on Osborne's pledge in 2007 to raise the inheritance tax threshold to £1m.

A) claims B) noises C) shouts D) yells E) calls

46. The body of the three-metre long female mammoth ..... scars, indicating she had been attacked by predators before she died.

A) holds B) bears C) takes D) carries E) sticks

47. The longer the news stays focused on Syria, the more ammunition his critics ..... to come after him.

A) have had B) will have C) are having D) would have E) could have had

48. In one of the raids conducted by the government, more than 15 soldiers ..... their house looking for their son.

A) trooped B) marched C) shot D) stormed E) fired

49. Since the death of the former Palestinian president eight years ago, Suha said she had received dozens of marriage ....., but had rejected all suitors.

A) deals B) markets C) proposals D) ideas E) engagements

50. ..... slower growth persists, the cost of health care poses one of the greatest threats to the country's fiscal health.

A) What if B) If so C) Even D) So E) Even if

51. Looking to lure a wide group of travelers, the cruise industry is offering everything ..... Broadway-style shows to Barbie-themed cabins.

A) to B) of C) back D) up E) from

52. ..... than quiet medieval canals and cobbled lanes, this city offers ambitious restaurants, new and renovated museums and cozy pubs selling rare Belgian beers.

A) As well as B) Also C) More D) As E) Less

53. New research suggests violent video games can .....hostile urges and aggressive behavior in young people.

A) stir B) shake C) jumble D) juggle E) jingle

54. The dating company which claims that its..... algorithm can help people find their soulmates was criticized by academics.

A) shunning B) hatching C) sticking D) jamming E) matchmaking

55. An obscure disease ..... which up to 10 million people may be infected costs the American economy $900 million a year, a study showed.

A) with B) on C) over D) around E) back

56. An environmental agency's report says United States companies send ..... lead batteries to recycling plants in Mexico that do not meet American standards.

A) spent B) useless C) former D) ancient E) previous

57. California's "Snowpack" supplies water to more than 25 .....

A) millions of people B) millions people C) millions of persons
D) million people E) millions persons

58. Opponents of a new law to add a ..... school a week ,say it was created without their consultation, lacks details and fails to address other problems.

A) half day of B) half of a day C) day and a half
D) in a half day E) one half day

59. The 26-year-old ignited a huge controversy after he ..... a row over the length of blades that should be allowed.

A) sparked B) lit C) fired D) set up E) sprinkled

60. Conservative billionaires used a secretive funding route to channel nearly $120m to more than 100 groups ..... doubt about the science behind climate change.

A) in casting B) casting C) to cast D) for casting E) casted

Tournez la page S.V.P.

Lisez le texte suivant. Complétez chaque blanc à l'aide des mots ou groupes de mots proposés à la fin du texte. Noircissez ensuite la case correspondent à votre choix sur la grille des réponses.

The look of love

There are many historical theories and explanations for our modern-day Valentine's Day celebrations – but it would be entirely too innocent of us not to **(61)** ..... a large portion of the blame at capitalism's door, where red roses and dark chocolates seem to increase exponentially in price **(62)** ..... February 1st has arrived.

(63) ..... the reason, for some, Valentine's Day is a religious celebration, a day to celebrate a man who **(64)** ..... up for love for others, it is a day to celebrate their own love(s); for others still, it is a day to avoid restaurants and bars and places couples congregate, a day to watch horror films and get takeaway food (and ignore pitying looks from the delivery guy/gal).

Red is the colour of Valentine's Day – of roses and chocolate boxes, of teddy bears and silk hearts. In recent years, as has happened in so many facets of life, we **(65)**..... the more "twee" traditions that go **(66)**..... with the day of love; we stopped going on dates because it's too schmaltzy (not to mention expensive); we stopped buying roses because they're too expensive (and a bit schmaltzy); and we stopped wearing red, because it's **(67)**..... and obvious.

Well, ding dong, the irony is dead – now's the time to **(68)**..... back to the magazines of your teenage years, to issues of Bliss and Seventeen and Sugar that told you to wear red and pink, do your hair in romantic curls and (literally) wear your heart on your sleeve. It's time to reclaim the schmaltz, get decked out in your most Valentine's-appropriate gear and enjoy the day for what it is – a chance to listen to Barry White, buy a **(69)**..... of roses (for yourself or for someone else), and flirt outrageously with **(70)**..... you please.

61.	A) lay	B) lie	C) live	D) lower	E) link
62.	A) no sooner	B) as soon as	C) too soon	D) sooner than	E) not too soon
63.	A) So be	B) Might be	C) Whatever	D) Thus	E) Albeit
64.	A) sat	B) walked	C) jumped	D) skipped	E) stood
65.	A) grew	B) bred	C) grown	D) brought up	E) outgrew
66.	A) over	B) through	C) by	D) along	E) above
67.	A) tricky	B) sticky	C) cheeky	D) tacky	E) messy
68.	A) dart	B) hark	C) bark	D) smack	E) track
69.	A) fleet	B) flock	C) troop	D) bunch	E) herd
70.	A) which	B) whoever	C) whatever	D) whenever	E) whatsoever

" PAGE BLANCHE "

Lisez le texte suivant. Complétez chaque blanc à l'aide des mots ou groupes de mots proposes à la fin du texte. Noircissez ensuite la case correspondent à votre choix sur la grille des réponses.

The secret of the 'special offer' economy burger

The public health minister is worried that poor people are fat these days. When she was a child they were taunted for being "skinny runts" you could spot **(71)** ..... but now she reckons to be able to identify them not by how thin and hungry they are, but by their obesity.

Class determines how obese you are, how long you live, what sort of illnesses you are likely to suffer from. But if she wants to use her role to do something about it, she **(72)** ..... like to investigate the current burger scandal to see why these health inequalities persist.

Poor people eat a lot more cheap burgers and processed meats than more affluent **(73)** ....., who tend to choose more virtuous wholemeal bread and fruit and vegetables. This has more than a little to do with prices. A posh beefburger that is made of 90-100% beef will **(74)** ..... about one euro. An "economy" beefburger, on the other hand could be bought for about 12 cents.

Some supermarkets have these economy beefburgers on special offer. This "special offer economy burger" may look just like the economy burger that was on sale at a higher price the week before – its packaging, for one, will be the same. But that's precisely the trouble with junk food: it rarely **(75)**..... to its secrets.

In fact, this "special offer economy burger" will probably have been made to a different specification under special contract to the supermarket. It will have been constructed down to a price fixed by the retail buyer. Many **(76)**..... families rely on these special offers, especially in recessionary times. If the burgers are down to 12 cents each, they look like a bargain.

The crucial thing to understand is that economy foods at rock-bottom prices such as these are a reconstruction of deconstructed parts, bought around the world from wherever is cheapest. When our food is denatured and deracinated in these extenuated supply chains, perhaps we should not be surprised that the species sometimes get **(77)** .....

Burger jokes have been **(78)**..... over the past week, but the impact that this sort of junk has on people's lives is not funny at all. People on low incomes suffer far higher rates of diet-related disease, and not just obesity. They have higher rates of anaemia caused by lack of iron, especially in pregnancy.

Mothers from under-privileged groups are more likely to have children of low birthweight, who, **(79)**....., are likely to suffer poor health and educational prospects as a result. They have higher rates of raised **(80)**....., thanks to their processed diets. They are more likely to suffer diabetes, heart disease, vascular disease and strokes. They suffer more cancers of the lung, stomach and oesophagus. Something has to be done urgently to combat this horrendous inequality.

71.	A) a mile off	B) miles away	C) far away	D) miles and miles	E) miles
72.	A) should	B) could	C) would	D) might	E) ought
73.	A) households	B) housework	C) homework	D) houseowner	E) housekeeper
74.	A) set you up	B) set you back	C) set you off	D) set you away	E) set you going
75.	A) owns up	B) calls up	C) sets up	D) turns up	E) shows up
76.	A) low-income	B) lowly-income	C) low wages	D) low salary	E) low salaries
77.	A) hindered	B) turned around	C) mixed up	D) shuffled	E) dragged
78.	A) ten a penny	B) far and wide	C) below average	D) below par	E) thrown up
79.	A) turning	B) their turn	C) turnover	D) turnaround	E) in turn
80.	A) blood tension	B) blood pressure	C) bloodthirsty	D) blood count	E) bloodshed

IMPRIMERIE NATIONALE – D'après documents fournis

ENAC
ECOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

Département Admissions et
Vie des Campus

Toulouse, le 8 avril 2015

DE : Anne-Lise BERTRAND	**Tél .:** +33 (0) 5 62 17 41 83	**Fax :**+33 (0) 5 62 17 40 79
A : TOUS LES CHEFS DE CENTRE		

CONCOURS ICNA 2015

ERRATA

EPREUVE DE :

MATHEMATIQUES OBLIGATOIRES

Page 3 (cf pièce jointe)

7, avenue Edouard Belin - BP 54005 - 31055 Toulouse Cedex 4
Tél. + 33 (0) 5 62 17 40 00 - Fax + 33 (0) 5 62 17 40 23
www.enac.fr

Etablissement public (EPA) sous tutelle du Ministre chargé des Transports - Direction Générale de l'Aviation Civile.

Dans toute la suite on suppose que n est un entier tel que $n \geq 2$ et p et q deux entiers ≥ 1. On note I_n l'intervalle $\left[n-\frac{1}{n^{p}},n+\frac{1}{n^{p}}\right]$. On définit alors une application g de $[1,+\infty[$ dans $\mathbb{R}$ de la façon suivante :

$$g(x) = \begin{cases} 0 \text{ si } x \notin I_n \\ n^q(n^p x + 1 - n^{p+1}) \text{ si } x \in \left[n-\frac{1}{n^p},n\right] \\ n^q(-n^p x + 1 + n^{p+1}) \text{ si } x \in \left[n,n+\frac{1}{n^p}\right] \end{cases}$$

et on note : $A_n = \int_{n-\frac{1}{p}}^{n+\frac{1}{p}} g(x)dx$ et $B_n = \int_{n-\frac{1}{p}}^{n+\frac{1}{p}} (g(x))^2 dx$

Question 9 – L'application g(x)

A) est $\mathcal{C}^0$ sur $\mathbb{R}$

B) n'est pas $\mathcal{C}^0$ sur $\mathbb{R}$

C) est $\mathcal{C}^1$ sur $\mathbb{R}$

D) **n'est pas $\mathcal{C}^1$ sur $\mathbb{R}$**

Question 10 – La valeur de A_n est :

A) $\frac{1}{n^{p-q}}$

B) $\frac{1}{n^{q-p}}$

C) $(-1)^n \frac{1}{n^{p-q}}$

D) $(-1)^n \frac{1}{n^{q-p}}$

Question 11 – La valeur de B_n est :

A) $\frac{2}{3}\frac{1}{n^{p-2q}}$

B) $\frac{3}{2}\frac{1}{n^{2p-q}}$

C) $\frac{1}{n^{p-q}}$

D) $\frac{1}{n^{2q-p}}$

Tournez la page S.V.P.

Effectivement les bornes de An et Bn sont les mêmes et doivent être modifiées de la façon suivante:

Borne inférieure : $n - \frac{1}{n^P}$

Borne supérieure : $n + \frac{1}{n^P}$

ENAC
ECOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

Département Admissions et Vie des Campus

Toulouse, le 22 juillet 2015

DE : Anne-Lise BERTRAND	**Tél .:** +33 (0) 5 62 17 41 83	**Fax :**+33 (0) 5 62 17 40 79
A : TOUS LES CHEFS DE CENTRE		

CONCOURS ICNA 2015

ERRATA 2

EPREUVE DE :

MATHEMATIQUES OBLIGATOIRES

Page 7 – PROBLEME III (cf pièce jointe)

Page 8 – Question 29 – Réponse B (cf pièce jointe)

7, avenue Edouard Belin - BP 54005 - 31055 Toulouse Cedex 4
Tél. + 33 (0) 5 62 17 40 00 - Fax + 33 (0) 5 62 17 40 23
www.enac.fr

Etablissement public (EPA) sous tutelle du Ministre chargé des Transports - Direction Générale de l'Aviation Civile.

Question 24 – Soit x_0 un élément de $\mathbb{R}$ tel que $f(x_0)=0$, on a :

A) $f'(x_0) > 0$

B) $f'(x_0) > 1$

C) $f'(x_0) = 0$

D) $f'(x_0)$ n'est pas définie

Question 25 – On peut alors en déduire que pour tout x élément de $\mathbb{R}$, $x \neq x_0$, il existe un réel c, compris entre x_0 et x tel que :

A) $f(x) = \frac{1}{2}(x-x_0)^2 f'(c)$

B) $f(x) = \frac{1}{2}(x-x_0)^2 f''(c)$

C) $f(x-c) = \frac{1}{2}(x-x_0)^2$

D) $f''(c) < 0$

Question 26 – On a :

A) En étudiant la variation de f(x) au voisinage de x_0 on montre que $f''(x_0) \geq 0$

B) En étudiant la variation de f(x) au voisinage de x_0 on montre que $f''(x_0) \leq 0$

C) si $f''(x_0) > 0$ alors g(x) n'est pas dérivable en x_0

D) si $f''(x_0) > 0$ alors g(x) est dérivable en x_0

Problème III.

I – Le but de cette première partie est de déterminer les coefficients d'un polynôme P(x) de degré n à partir de ses racines $x_i \in \mathbb{C}$. On écrit le polynôme sous la forme :

$P(x) = x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \ldots\ldots + a_{n-1}x + a_n$ où $x \in \mathbb{C}$ et $a_i \in \mathbb{R}$, $i \in [1, n]$

On note $S_k = \sum_{i=1}^{n} (x_i)^k$, $k \in [1, n]$

Question 27 – Pour $\lambda \in \mathbb{C}$ on effectue la division euclidienne de P(x) par $(x-\lambda)$ et on note :

$Q(x) = b_0x^{n-1} + b_1x^{n-2} + b_2x^{n-3} + \ldots\ldots + b_{n-2}x + b_{n-1}$ le polynôme quotient et par b_n le reste. On a alors :

A) b_n est un polynôme en x de degré 1

B) $b_n = 0$ si $\lambda = x_i$

C) pour tout $k \in [1, n-1]$, $b_k \in \mathbb{R}$

D) $b_n = a_n - \lambda b_{n-1}$

Tournez la page S.V.P.

Question 28 – On veut maintenant établir l'expression en fonction de λ des différents b_k, $k \in [1, n]$. On obtient :

A) $b_k = \lambda^k - a_1\lambda^{k-1} + ... + (-1)^i a_i \lambda^{k-i} + ... + 1$

B) $b_k = a_k\lambda^k - a_{k-1}\lambda^{k-1} + ... + (-1)^i a_{k-i} \lambda^{k-i} + ... + 1$

C) $b_k = \lambda^k + a_1\lambda^{k-1} + ... + a_i \lambda^{k-i} + ... + a_k$

D) $b_k = a_k\lambda^k + a_{k-1}\lambda^{k-1} + ... + a_{k-i} \lambda^{k-i} + ... + 1$

Question 29 – On utilise le résultat précédent pour exprimer la somme :

$E(x) = \sum_{i=1}^{n} \frac{P(x)}{x - x_i} = c_0 x^{n-1} + c_1 x^{n-2} + c_2 x^{n-3} + ... + c_{n-2} x + c_{n-1}$. On obtient :

A) $c_0 = 1$

B) $c_k = S_k + a_1 S_{k-1} + ... + a_{k-1}(S_1 + na_k) = 0$

C) $S_k + a_1 S_{k-1} + ... + a_{k-1} S_1 = 0$

D) $S_k + a_1 S_{k-1} + ... + a_{k-1}(S_1 + a_k) = 0$

Question 30 – En exprimant $P'(x) = \frac{dP(x)}{dx}$ à l'aide de E(x) on obtient :

A) S1 + a1 = 0

B) $S_k + a_1 S_{k-1} + a_2 S_{k-2} ..... + (k-1)a_k = 0, k \in [2, n]$

C) $S_k + a_{k-1} S_{k-1} + a_{k-2} S_{k-2} ..... + k a_k = 0, k \in [2, n]$

D) $S_k + a_1 S_{k-1} + a_2 S_{k-2} ..... + k a_k = 0, k \in [1, n-1]$

En complétant les résultats précédents avec la relation obtenue en calculant $\sum_{i=1}^{n} P(x_i)$ on obtient ainsi n relations permettant la détermination de tous les coefficients de P(x).

J. 15 1232

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE **Session 2015**

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE

◆

Épreuve obligatoire de

MATHÉMATIQUES

Durée : 4 heures

Coefficient : 2

◆

Cette épreuve comporte :

1 page de garde
2 pages d'instructions pour remplir le QCM recto/verso
11 pages de texte recto/verso

L'USAGE DE CALCULATRICES, DE TELEPHONES PORTABLES OU DE DOCUMENTS PERSONNELS N'EST PAS AUTORISE

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE **ICNA 2015**

ÉPREUVE OBLIGATOIRE DE MATHÉMATIQUES

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve obligatoire de mathématiques de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

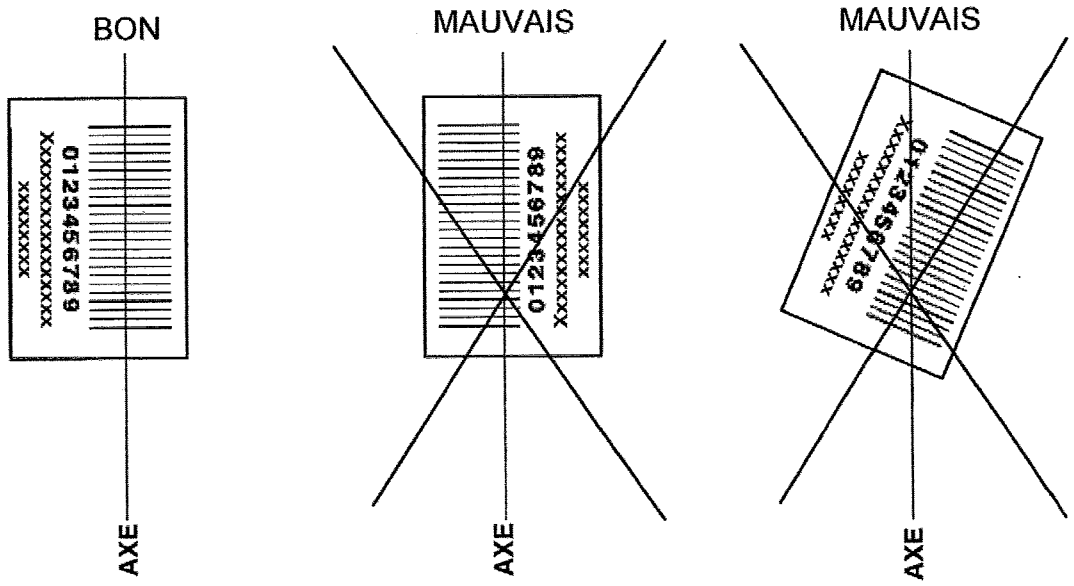
ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, **l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez,** c'est-à-dire « épreuve obligatoire de mathématiques ».

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, positionner celle-ci en **position verticale** avec les chiffres d'identification **à gauche** (le trait vertical devant traverser la totalité des barres de ce code).

EXEMPLES :



2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un STYLO BILLE ou une POINTE FEUTRE de couleur **NOIRE**.

3) Utilisez le sujet comme brouillon (ou les feuilles de brouillons qui vous sont fournies à la demande par la surveillante qui s'occupe de votre rangée) et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.

4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.

Tournez la page S.V.P.

5) A chaque question numérotée entre 1 et 40, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 41 à 100 seront neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.

Pour chaque ligne numérotée de 01 à 40, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

- soit vous décidez de ne pas traiter cette question,
la ligne correspondante doit rester vierge.
- soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse :
vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.
- soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes :
vous devez noircir deux des cases A, B, C, D ***et deux seulement.***
- soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne :
vous devez alors noircir la case E.

Chaque question comporte, au plus, deux réponses exactes

Attention, toute réponse fausse entraîne pour la question correspondante une pénalité dans la note

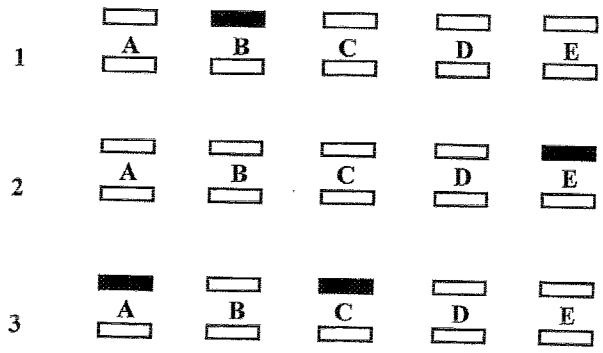
EXEMPLES DE RÉPONSES :

Question 1 : $1^2 + 2^2$ vaut :
A) 3 B) 5 C) 4 D) -1

Question 2 : le produit (-1) (-3) vaut :
A) -3 B) -1 C) 4 D) 0

Question 3 : Une racine de l'équation $x^2 - 1 = 0$ est :
A) 1 B) 0 C) -1 D) 2

Vous marquerez sur la feuille réponse :



Problème I.

Soit S l'ensemble des suites (a_n) dont le terme général a_n est un nombre complexe.

Soient : I l'ensemble des suites (a_n) telles que la série $\sum|a_n|$ de terme général $|a_n|$ converge et J l'ensemble des suites (a_n) telles que la série $\sum|a_n|^2$ de terme général $|a_n|^2$ converge

Question 1 - Soit (a_n) un élément de I , on a alors :

A) I est un sous espace vectoriel de S

B) I n'est pas un sous espace vectoriel de S

C) $\lim_{n\to\infty}|a_n| = 0$

D) $\lim_{n\to\infty}|a_n| > 0$

Question 2 - L'ensemble I vérifie :

A) I n'est pas inclus dans l'ensemble des suites convergeant vers 0

B) I est inclus dans l'ensemble des suites convergentes dans $\mathbb{C}$

C) I n'est pas inclus dans l'ensemble des suites bornées

D) J est inclus dans I

Question 3 - Soit $\sum a_n z^n$ une série entière de rayon de convergence R. On a

A) si R>1 alors (an) appartient à I

B) si R<1 alors (an) appartient à I

C) si R>1 alors (an) n'appartient pas à I

D) si R<1 alors (an) n'appartient pas à I

Question 4 - Soit la série $\sum\frac{1}{n^2}z^n,\ n>0$

A) son rayon de convergence est ∞

B) son rayon de convergence vaut 1

C) la suite (a_n) de terme général $\frac{1}{n^2} \in I$

D) la suite (a_n) de terme général $\frac{1}{n^2} \notin I$

Tournez la page S.V.P.

Question 5 - Soit la série $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{b^n}$ où b est un entier > 1, alors

A) son rayon de convergence est R = b

B) son rayon de convergence est R = 1/b

C) la somme de la série est $\frac{1}{b-x}$

D) la somme de la série est $\frac{1}{x-b}$

Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ telle que $f(x)=\frac{1}{(2-x)(3-x)}$

Question 6 – On a :

A) f est développable en série entière autour de x=0 et son rayon de convergence vaut 1

B) f est développable en série entière autour de x=0 et son rayon de convergence vaut 2

C) f est développable en série entière autour de x=0, son rayon de convergence vaut 3

D) f n'est pas développable en série entière autour de x=0

Question 7 - La dérivée $f^{(n)}(x)$ d'ordre n de la fonction f(x) est :

A) $f^{(n)}(x) = \frac{1}{n!}\frac{(2-x)^n-(3-x)^n}{(x^2+5x-6)^n}$

B) $f^{(n)}(x) = \frac{1}{n!}\frac{(2-x)^n-(3-x)^n}{(x^2-5x+6)^n}$

C) $f^{(n)}(x) = \frac{1}{n!}\frac{(3-x)^{n+1}-(2-x)^{n+1}}{(x^2-5x+6)^{n+1}}$

D) $f^{(n)}(x) = \frac{(3-x)^{n+1}-(2-x)^{n+1}}{(x^2-5x+6)^{n+1}}$

Question 8 - Considérons la suite (a_n) définie par $a_n = f^{(n)}(0)$

A) Cette suite n'appartient pas à I

B) Cette suite appartient à I

C) L'expression de son terme général est $\frac{1}{2^{n+1}}+\frac{1}{3^{n+1}}$

D) L'expression de son terme général est $\frac{1}{3^{n+1}}-\frac{1}{2^{n+1}}$

Dans toute la suite on suppose que n est un entier tel que $n \geq 2$ et p et q deux entiers ≥ 1. On note I_n l'intervalle $\left[n - \frac{1}{n^p}, n + \frac{1}{n^p}\right]$. On définit alors une application g de $[1,+\infty[$ dans $\mathbb{R}$ de la façon suivante :

$$g(x) = \begin{cases} 0 \text{ si } x \notin I_n \\ n^q(n^p x + 1 - n^{p+1}) \text{ si } x \in \left[n - \frac{1}{n^p}, n\right] \\ n^q(-n^p x + 1 + n^{p+1}) \text{ si } x \in \left[n, n + \frac{1}{n^p}\right] \end{cases}$$

et on note : $A_n = \int_{n-\frac{1}{p}}^{n+\frac{1}{p}} g(x)dx$ et $B_n = \int_{n-\frac{1}{p}}^{n+\frac{1}{p}} (g(x))^2 dx$

Question 9 – L'application g(x)

A) est $\mathcal{C}^0$ sur $\mathbb{R}$

B) n'est pas $\mathcal{C}^0$ sur $\mathbb{R}$

C) est $\mathcal{C}^1$ sur $\mathbb{R}$

D) **n'est pas $\mathcal{C}^1$ sur $\mathbb{R}$**

Question 10 – La valeur de A_n est :

A) $\frac{1}{n^{p-q}}$

B) $\frac{1}{n^{q-p}}$

C) $(-1)^n \frac{1}{n^{p-q}}$

D) $(-1)^n \frac{1}{n^{q-p}}$

Question 11 – La valeur de B_n est :

A) $\frac{2}{3}\frac{1}{n^{p-2q}}$

B) $\frac{3}{2}\frac{1}{n^{2p-q}}$

C) $\frac{1}{n^{p-q}}$

D) $\frac{1}{n^{2q-p}}$

Tournez la page S.V.P.

Question 12 - A_n est le terme d'une série convergente sous la condition que:

A) $q-p>-1$
B) $q-p<-1$
C) $p-q\geq 1$
D) $p-q\leq 1$

Question 13 - B_n est le terme d'une série convergente sous la condition que:

A) $p-2q < 1$
B) $2q-p > 1$
C) $p-2q \geq -1$
D) $2q-p \leq -1$

Question 14 – On veut que les séries associées à An et Bn soient convergentes en même temps:

A) cela n'est pas possible
B) cela est possible si : p = 2 et q = 3
C) cela est possible si : p = 4 et q = 2
D) cela est possible si : p = 3 et q = 2

Problème II.

Soit f(x) une fonction définie sur l'intervalle I = [a, b] $\subset \mathbb{R}$, de classe $\mathcal{C}^{n+1}$, avec n ≥ 1. On utilise dans le problème la norme: $N_{\infty,I}(f) = \sup_{x\in I}|f(x)|$

I – On veut trouver une expression de f(b) en fonction de f(a) et des dérivées de la fonction f(x) au point a. Pour cela on introduit la fonction :

$$F(x) = f(b) - f(x) - (b-x)f'(x) - \ldots - \frac{(b-x)^k}{k!}f^{(k)}(x) - \ldots - \frac{(b-x)^n}{n!}f^{(n)}(x) - \frac{(b-x)^{n+1}}{(n+1)!}A$$

La constante A sera calculée en imposant que la fonction F(x) soit nulle en a, F(a) = 0.

Question 15 – On a :

A) $F(b) \neq 0$

B) $F'(x) = \frac{(b-x)^n}{n!}(A - f^{(n)}(x))$

C) il existe $c \in]a, b[$ tel que $F'(c) = 0$

D) il existe $c \in]a, b[$ tel que $F(c) = 0$

Question 16 – On peut alors écrire, $c \in]a, b[$:

A) $f(b) = f(a) + (b-a)f(a) + \ldots + \frac{(b-a)^k}{k!}f^{(k)}(a) + \ldots + \frac{(b-a)^n}{n!}f^{(n)}(a) + \frac{(b-a)^n}{n!}f^{(n)}(c)$

B) $f(b) = f(a) + (b-a)f(a) + \ldots + \frac{(b-a)^k}{k!}f^{(k)}(a) + \ldots + \frac{(b-a)^n}{n!}f^{(n)}(a) + (-1)^n\frac{(b-a)^n}{n!}f^{(n)}(c)$

C) $f(b) = f(a) + (b-a)f(a) + \ldots + \frac{(b-a)^k}{k!}f^{(k)}(a) + \ldots + \frac{(b-a)^n}{n!}f^{(n)}(a) + \frac{(b-a)^{n+1}}{(n+1)!}f^{(n)}(c)$

D) $f(b) = f(a) + (b-a)f(a) + \ldots + \frac{(b-a)^k}{k!}f^{(k)}(a) + \ldots + \frac{(b-a)^n}{n!}f^{(n)}(a) + \frac{(b-a)^{n+1}}{(n+1)!}f^{(n+1)}(c)$

Question 17 – Si on pose $a = x$ et $b = x + \lambda$, on peut alors écrire :

A) $f(x+\lambda) = f(x) + \sum_{k=1}^{n}\lambda^k f^{(k)}(x) + \frac{\lambda^n}{n!}f^{(n)}(x+\theta\lambda)\ \theta \in]0, 1[$

B) $f(x+\lambda) = f(x) + \sum_{k=1}^{n}\lambda^k f^{(k)}(x) + (-1)^n\frac{\lambda^n}{n!}f^{(n)}(x-\theta\lambda)\ \theta \in]0, 1[$

C) $f(x+\lambda) = f(x) + \sum_{k=1}^{n}\lambda^k f^{(k)}(x) + \frac{\lambda^{n+1}}{(n+1)!}f^{(n)}(x-\theta\lambda)\ \theta \in]0, 1[$

D) $f(x+\lambda) = f(x) + \sum_{k=1}^{n}\lambda^k f^{(k)}(x) + \frac{\lambda^{n+1}}{(n+1)!}f^{(n+1)}(x+\theta\lambda)\ \theta \in]0, 1[$

Question18 – On désire exprimer le polynôme $P(x) = x^4 - x^3 - x^2 + 4x + 1$, en fonction de $X = x+1$, en utilisant les résultats précédents on obtient comme expression:

A) $X^4 + 6X^3 + 12X^2 + 8X + 2$

B) $X^4 + 12X^3 + 6X^2 - 2X - 2$

C) $X^4 - 5X^3 + 8X^2 - X - 2$

D) $X^4 - 12X^3 - 6X^2 + X - 2$

Tournez la page S.V.P.

II – On suppose maintenant que f(x) est une fonction positive de classe $\mathcal{C}^2$ sur $\mathbb{R}$ et telle que sa dérivée seconde f''(x) soit bornée.

Question 19 - Pour tous x et λ éléments de $\mathbb{R}$ on peut alors écrire :

A) $f(x+\lambda)=f(x)+\lambda f'(x)+\frac{\lambda^2}{2}f''(x+\theta\lambda)\ \theta \in]0,1[$

B) $f(x+\lambda)=f(x)-\lambda f'(x)+\frac{\lambda^2}{2}f''(x-\theta\lambda)\ \theta \in]0,1[$

C) $f(x+\lambda)=f(x)+\lambda f'(x)-\frac{\lambda^2}{2}f''(x+\theta\lambda)\ \theta \in]0,1[$

D) $f(x+\lambda)=f(x)+\lambda f'(x)+\frac{\lambda^2}{2}f''(x-\theta\lambda)\ \theta \in]0,1[$

Question 20 – Pour tous x et λ éléments de $\mathbb{R}$, on a :

A) $f(x+\lambda) \leq f(x)+\lambda f'(x)+\frac{\lambda^2}{2} N_{\infty,R}(f'')$

B) $f(x+\lambda) \leq f(x)+\lambda f'(x)-\frac{\lambda^2}{2} N_{\infty,R}(f')$

C) $f(x+\lambda) \leq f(\lambda)+\lambda f'(x)-\frac{\lambda^2}{2} N_{\infty,R}(f'')$

D) $f(x+\lambda) \leq f(x)-\lambda f'(x)+\frac{\lambda^2}{2} N_{\infty,R}(f')$

Question 21 – On a:

A) $\frac{\lambda^2}{2} N_{\infty,\mathbb{R}}(f'')+\lambda f'(x)+f(x) \geq 0$

B) $\frac{\lambda^2}{2} N_{\infty,\mathbb{R}}(f'')+\lambda f'(x)+f(x) \leq 0$

C) si $N_{\infty,\mathbb{R}}(f'')$ est non nulle alors $|f'(x)| \leq (2 N_{\infty,R}(f'').f(x))^{1/2}$

D) si $N_{\infty,\mathbb{R}}(f'')$ est non nulle alors $|f'(x)| \geq (2 N_{\infty,R}(f'').f(x))^{1/2}$

Question 22 – Si $N_{\infty,\mathbb{R}}(f'')$ est nulle, alors :

A) f(x) est une fonction affine

B) f(x) est la fonction nulle

C) f'(x) = 0

D) f'(x) > 0

Question 23 – On pose $g(x) = \sqrt{f(x)}$

A) g(x) est continue sur $\mathbb{R}$

B) g(x) est dérivable en tout point x

C) g(x) est continue sur $\mathbb{R}$ et dérivable en tout point x où $f(x) \neq 0$

D) g(x) n'est pas dérivable sur $\mathbb{R}$

Question 24 – Soit x_0 un élément de $\mathbb{R}$ tel que $f(x_0)=0$, on a :

A) $f'(x_0) > 0$

B) $f'(x_0) > 1$

C) $f'(x_0) = 0$

D) $f'(x_0)$ n'est pas définie

Question 25 – On peut alors en déduire que pour tout x élément de $\mathbb{R}$, $x \neq x_0$, il existe un réel c, compris entre x_0 et x tel que :

A) $f(x) = \frac{1}{2}(x-x_0)^2 f'(c)$

B) $f(x) = \frac{1}{2}(x-x_0)^2 f''(c)$

C) $f(x-c) = \frac{1}{2}(x-x_0)^2$

D) $f''(c) < 0$

Question 26 – On a :

A) En étudiant la variation de f(x) au voisinage de x_0 on montre que $f''(x_0) \geq 0$

B) En étudiant la variation de f(x) au voisinage de x_0 on montre que $f''(x_0) \leq 0$

C) si $f''(x_0) > 0$ alors g(x) n'est pas dérivable en x_0

D) si $f''(x_0) > 0$ alors g(x) est dérivable en x_0

Problème III.

I – Le but de cette première partie est de déterminer les coefficients d'un polynôme P(x) de degré n à partir de ses racines $x_i \in \mathbb{C}$. On écrit le polynôme sous la forme :

$P(x) = x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-1} + \ldots\ldots + a_{n-1}x + a_n$ où $x \in \mathbb{C}$ et $a_i \in \mathbb{R}$, $i \in [1, n]$

On note $S_k = \sum_{i=1}^{n} (x_i)^k$, $k \in [1, n]$

Question 27 – Pour $\lambda \in \mathbb{C}$ on effectue la division euclidienne de P(x) par $(x-\lambda)$ et on note :

$Q(x) = b_0x^{n-1} + b_1x^{n-2} + b_2x^{n-3} + \ldots\ldots + b_{n-2}x + b_{n-1}$ le polynôme quotient et par b_n le reste. On a alors :

A) b_n est un polynôme en x de degré 1

B) $b_n = 0$ si $\lambda = x_i$

C) pour tout $k \in [1, n-1]$, $b_k \in \mathbb{R}$

D) $b_n = a_n - \lambda b_{n-1}$

Tournez la page S.V.P.

Question 28 – On veut maintenant établir l'expression en fonction de λ des différents b_k, $k \in [1, n]$. On obtient :

A) $b_k = \lambda^k - a_1\lambda^{k-1} + ... + (-1)^i a_i \lambda^{k-i} + ... + 1$

B) $b_k = a_k\lambda^k - a_{k-1}\lambda^{k-1} + ... + (-1)^i a_{k-i} \lambda^{k-i} + ... + 1$

C) $b_k = \lambda^k + a_1\lambda^{k-1} + ... + a_i \lambda^{k-i} + ... + a_k$

D) $b_k = a_k\lambda^k + a_{k-1}\lambda^{k-1} + ... + a_{k-i} \lambda^{k-i} + ... + 1$

Question 29 – On utilise le résultat précédent pour exprimer la somme :

$E(x) = \sum_{i=1}^{n} \frac{P(x)}{x - x_i} = c_0 x^{n-1} + c_1 x^{n-2} + c_2 x^{n-3} + ... + c_{n-2} x + c_{n-1}$. On obtient :

A) $c_0 = 1$

B) $c_k = S_k + a_1 S_{k-1} + ... + a_{k-1}(S_1 + na_k) = 0$

C) $S_k + a_1 S_{k-1} + ... + a_{k-1} S_1 = 0$

D) $S_k + a_1 S_{k-1} + ... + a_{k-1}(S_1 + a_k) = 0$

Question 30 – En exprimant $P'(x) = \frac{dP(x)}{dx}$ à l'aide de E(x) on obtient :

A) $S1 + a1 = 0$

B) $S_k + a_1 S_{k-1} + a_2 S_{k-2} ..... + (k-1)a_k = 0, k \in [2, n]$

C) $S_k + a_{k-1} S_{k-1} + a_{k-2} S_{k-2} ..... + ka_k = 0, k \in [2, n]$

D) $S_k + a_1 S_{k-1} + a_2 S_{k-2} ..... + ka_k = 0, k \in [1, n-1]$

En complétant les résultats précédents avec la relation obtenue en calculant $\sum_{i=1}^{n} P(x_i)$ on obtient ainsi n relations permettant la détermination de tous les coefficients de P(x).

Question 31 – On veut déterminer le polynôme P(x) pour lequel on aurait obtenu :

$S_1 = 2$, $S_2 = -4$, $S_3 = 8$ et $S_4 = 48$.

On obtient :

A) $P(x) = x^4 + 2x^3 + 4x^2 - x + 1$

B) $P(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 - 4x$

C) $P(x) = x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 8x$

D) $P(x) = x^4 - 2x^3 - 4x^2 + 1$

II – Dans cette deuxième partie les résultats précédents vont être utilisés pour déterminer le polynôme caractéristique d'une matrice $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$, $A = [a_{ij}]$ i et j $\in [1, n]$, en calculant les puissances successives de A. On rappelle que la trace de A est définie par $Tr(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}$ On note $X_A(\lambda) = \det(A-\lambda I)$ le polynôme caractéristique de A et par $\lambda_i \in \mathbb{C}$ l'ensemble des valeurs propres de A. On définit cette fois les termes S_k par $S_k = \sum_{i=1}^{n} (\lambda_i)^k$, $k \in [1, n]$

Question 32 – Soit $T \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ une matrice triangulaire supérieure semblable à A, on a alors :

A) $X_T(\lambda) = \prod_{i=1}^{n} (t_{ii} - \lambda)$

B) $Tr(T^k) = (-1)^k Tr A^k$

C) $S_k = Tr(A^k)$

D) $X_T(\lambda)$ est toujours scindé dans $\mathbb{R}$

Question 33 – Soit $P(\lambda)$ le polynôme défini par $P(\lambda) = \det(\lambda I - A)$, on a :

A) $P(\lambda) = X_A(\lambda)$ $\forall n$

B) $P(\lambda) = (-1)^n X_A(\lambda)$ $\forall n$

C) $P(\lambda_i) = 0 \; \forall \; i \in [1,n]$

D) $P(\lambda_i) \neq 0 \; \forall \; i \in [1,n]$

Tournez la page S.V.P.

On veut maintenant déterminer le polynôme caractéristique de la matrice $B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

Question 34 -On obtient avec les notations précédentes :

A) $S_3 = 8$ $S_4 = -16$

B) $S_3 = -4$ $S_4 = 8$

C) $S_3 = 8$ $S_4 = 48$

D) $S_3 = -2$ $S_4 = 16$

Question 35 – Le polynôme caractéristique $X_B(\lambda)$de B est alors :

A) $\lambda^4 + 2\lambda^3 + 4\lambda^2 - 4\lambda + 1$

B) $\lambda^4 + \lambda^3 - 4\lambda^2 - 4\lambda$

C) $\lambda^4 - 2\lambda^3 + 4\lambda^2 - 8\lambda$

D) $\lambda^4 - 2\lambda^3 - 4\lambda^2 + 1$

III – On suppose maintenant que pour tout $i \neq j$ alors $\lambda_i \neq \lambda_j$, i et $j \in [1,n]$ et on se propose de déterminer un vecteur propre X_i associé à un λ_i donné.

Pour cela on se donne un vecteur non nul $u_0 \in \mathbb{R}^n$ a priori arbitraire et on génère la suite de vecteurs u_k par la relation de récurrence $u_k = A.u_{k-1}$, $k \in [1,n-1]$.

A chaque λ_i on associe (avec toujours $P(\lambda) = dét(\lambda I - A)$):

d'une part le polynôme $\phi_i(\lambda) = \dfrac{P(\lambda)}{\lambda - \lambda_i} = \lambda^{n-1} + (d_i)_1\lambda^{n-2} + (d_i)_2\lambda^{n-3} + \ldots + (d_i)_{n-1}$ et d'autre part la somme vectorielle : $Y_i = u_{n-1} + (d_i)_1 u_{n-2} + (d_i)_2 u_{n-3} + \ldots + (d_i)_{n-1} u_0$

Question 36 - On peut alors dire :

A) Les vecteurs X_i ne forment pas une base

B) $\forall\, j \neq i$ alors X_j est orthogonal à X_i

C) il existe une matrice diagonale D telle que $D = P^{-1}AP$

D) La matrice D admet les mêmes vecteurs propres que A

Question 37 – On peut remarquer que :

A) $\phi_i(\lambda_i) = P'(\lambda_i)$

B) $\phi_i(\lambda_j) \neq 0$ pour $i \neq j$

C) si $(d_i)_{n-1} = 0$ alors le coefficient a_n de $P(\lambda)$ est également nul

D) si $(d_i)_{n-1} \neq 0$ alors le coefficient a_n de $P(\lambda)$ est également toujours $\neq 0$

Question 38 – On se propose d'écrire le vecteur u_0 sous la forme : $u_0 = \mu_1 X_1 + \mu_2 X_2 + \ldots\ldots + \mu_n X_n$

A) cette décomposition n'est pas unique

B) cette décomposition peut ne pas exister

C) on peut exprimer u_k en fonction des coefficients de u_0

D) on ne peut pas exprimer u_k en fonction des coefficients de u_0

Question 39 – En calculant la somme vectorielle Y_i pour un λ_i donné on remarque que :

A) Y_i est aussi un vecteur propre associé à λ_i si μ_i est non nul

B) Y_i est un vecteur orthogonal à X_i

C) si $\mu_i = 0$ alors u_0 est orthogonal à X_i

D) si $\mu_i = 0$ alors u_0 n'est jamais orthogonal à X_i

Question 40 – Soit une matrice C $\in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ de polynôme caractéristique $X_C(\lambda) = -\lambda^3 - \lambda^2 + 10\lambda - 8$ dont l'une des racines est $\lambda = 1$. En partant de $u_0 = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$ on obtient $u_1 = \begin{vmatrix} 0 \\ 3 \\ -2 \end{vmatrix}$ et $u_2 = \begin{vmatrix} 8 \\ -6 \\ 4 \end{vmatrix}$

Un vecteur propre associé à la valeur propre de plus grand module est :

A) $\begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix}$; B) $\begin{vmatrix} -1 \\ 10 \\ -4 \end{vmatrix}$; C) $\begin{vmatrix} 10 \\ -15 \\ 10 \end{vmatrix}$; D) $\begin{vmatrix} 1 \\ -8 \\ 8 \end{vmatrix}$.

IMPRIMERIE NATIONALE – D'après documents fournis

J. 15 1233

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE **Session 2015**

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE

◆

Épreuve obligatoire de

PHYSIQUE

Durée : 4 heures

Coefficient : 2

◆

Cette épreuve comporte :

1 page de garde
2 pages d'instructions pour remplir le QCM (recto-verso)
1 page d'avertissements
13 pages de texte du sujet (recto-verso)

L'USAGE DE CALCULATRICES, DE TELEPHONES PORTABLES OU DE DOCUMENTS PERSONNELS N'EST PAS AUTORISE

ÉCOLE NATIONALE D'AVIATION CIVILE **ICNA 2015**

ÉPREUVE OBLIGATOIRE DE PHYSIQUE

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve obligatoire de physique de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

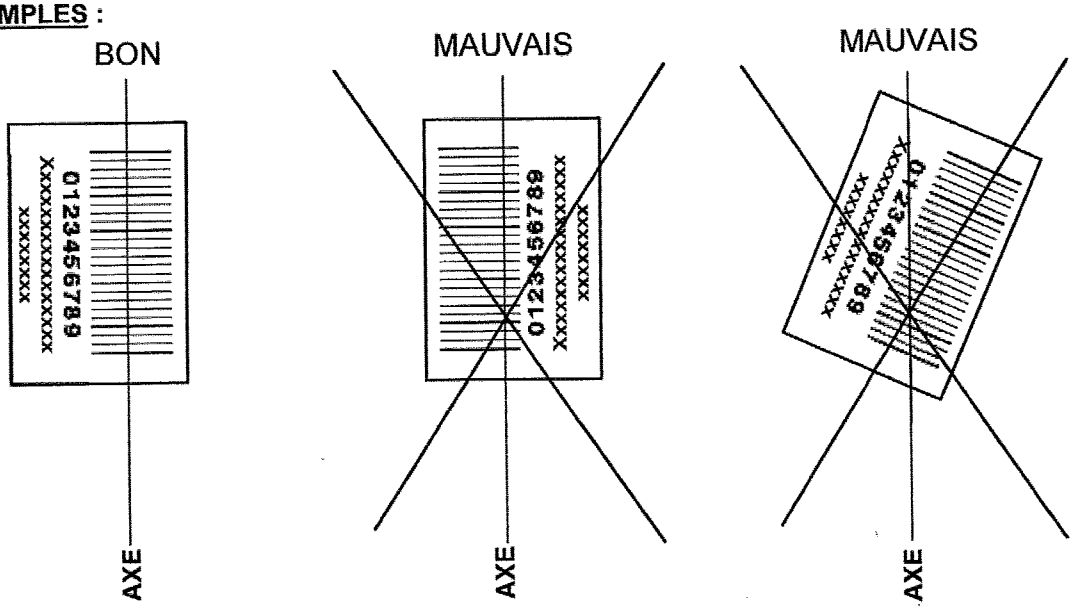
ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, **l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez,** c'est-à-dire « épreuve obligatoire de physique ».

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, positionner celle-ci en **position verticale** avec les chiffres d'identification **à gauche** (le trait vertical devant traverser la totalité des barres de ce code).

EXEMPLES :



2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un STYLO BILLE ou une POINTE FEUTRE de couleur NOIRE.

3) Utilisez le sujet comme brouillon (ou les feuilles de brouillon qui vous seront fournies à la demande par la surveillante qui s'occupe de votre rangée) et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.

4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.

5) Cette épreuve comporte 40 questions obligatoires, certaines, de numéros consécutifs, peuvent être liées. La liste de ces questions est donnée sur la page d'avertissement.

Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.

Tournez la page S.V.P.

6) A chaque question numérotée entre 1 et 40, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 41 à 100 sont neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.

Pour chaque ligne numérotée de 01 à 40, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

► soit vous décidez de ne pas traiter cette question,
la ligne correspondante doit rester vierge.

► soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse :
vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.

► soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes :
*vous devez noircir deux des cases A, B, C, D et **deux seulement**.*

► soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne :
vous devez alors noircir la case E.

Attention, toute réponse fausse entraîne pour la question correspondante une pénalité dans la note.

EXEMPLES DE RÉPONSES

Exemple I : Question 1 :

Pour une mole de gaz réel :

A) $\lim_{P\to 0}(PV) = RT$, quelle que soit la nature du gaz.

B) $PV = RT$ quelles que soient les conditions de pression et température.

C) Le rapport des chaleurs massiques dépend de l'atomicité.

D) L'énergie interne ne dépend que de la température.

Exemple II : Question 2 :

Pour un conducteur ohmique de conductivité électrique σ , la forme locale de la loi d'OHM est :

A) $\vec{j} = \dfrac{\vec{E}}{\sigma}$ B) $\vec{j} = \sigma\vec{E}$ C) $\vec{E} = \sigma^2\vec{j}$ D) $\vec{j} = \sigma^2\vec{E}$

Exemple III : Question 3 :

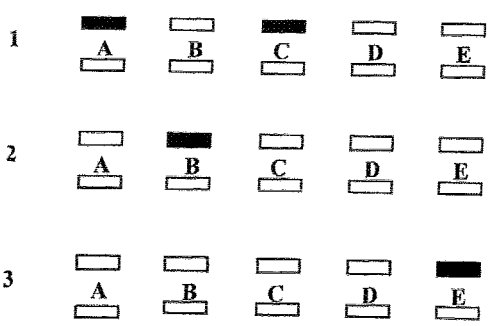
A) Le travail lors d'un cycle monotherme peut être négatif.

B) Une pompe à chaleur prélève de la chaleur à une source chaude et en restitue à la source froide.

C) Le rendement du cycle de CARNOT est $1+\dfrac{T_2}{T_1}$

D) Le phénomène de diffusion moléculaire est un phénomène réversible.

Vous marquerez sur la feuille réponse :



AVERTISSEMENTS

L'usage de calculatrices, de téléphones portables ou de documents personnels n'est pas autorisé.

Dans certaines questions, les candidats doivent choisir la réponse parmi plusieurs valeurs numériques. Les valeurs fausses qui sont proposées sont suffisamment éloignées de la valeur exacte arrondie selon les règles habituelles, pour éliminer toute ambiguïté dans le choix de la bonne réponse.

Questions liées :

Mécanique : 01 à 10

Thermodynamique : 11 à 20

Optique : 21 à 30

Electromagnétisme : 31 à 40

Question 1 :

Deux masses m_1 et m_2, considérées comme ponctuelles et situées en A_1 et A_2, sont assujetties à glisser sans frottement le long d'un axe horizontal Ox. On note x_1 et x_2, les positions respectives de A_1 et A_2 sur Ox, et on suppose $0 < x_1 < x_2$.

Un ressort de longueur à vide ℓ_o, de masse nulle et de constante de raideur k, est disposé entre A_1 et A_2 : une des extrémités du ressort est fixée à A_2, alors que l'autre extrémité est **juste en appui** sur A_1. Dans l'état initial $(t=0)$, le ressort est complètement comprimé, de sorte qu'on peut négliger sa longueur. On abandonne alors le système, sans vitesse initiale par rapport au référentiel galiléen du laboratoire $\mathcal{R} = (O, xyz)$. On définit le champ de pesanteur terrestre par $\vec{g} = -g\vec{e}_z$ $(g > 0)$. On étudie le mouvement du système, constitué par l'ensemble des 2 masses et du ressort, entre l'instant initial $t = 0$, et l'instant t_f pour lequel la masse A_1 quitte le contact avec le ressort.

On note $\vec{P}_i$, $\vec{R}_i$ et $\vec{F}_i$, respectivement, le poids, la réaction du support et la force élastique s'exerçant sur la particule A_i, $i = 1,2$. $\dot{x}_i$ et $\ddot{x}_i$ sont la vitesse et l'accélération de A_i suivant l'axe Ox.

A) $\vec{F_1} = -k(x_1 - x_2)\dfrac{\overrightarrow{A_1A_2}}{A_1A_2}$

B) $\vec{F_1} = -k(x_1 - \ell_o)\dfrac{\overrightarrow{OA_1}}{OA_1}$

C) $\vec{F_2} = -k(x_2 - x_1)\dfrac{\overrightarrow{A_1A_2}}{A_1A_2}$

D) $\vec{F_2} = -k(x_2 - x_1)\dfrac{\overrightarrow{OA_2}}{OA_2}$

Question 2 :

A) $\vec{F_1} = -k(x_2 - x_1 - \ell_o)\dfrac{\overrightarrow{A_2A_1}}{A_2A_1}$

B) $\vec{F_1} = -k(x_1 - x_2 - \ell_o)\dfrac{\overrightarrow{A_2A_1}}{A_2A_1}$

C) $\vec{F_2} = -k(x_2 - x_1 - \ell_o)\dfrac{\overrightarrow{A_1A_2}}{A_1A_2}$

D) $\vec{F_2} = -k(x_2 - \ell_o)\dfrac{\overrightarrow{OA_2}}{OA_2}$

Question 3 :

A) Les forces $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$ ont même direction et même sens suivant $+\vec{e_x}$.

B) Les forces $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$ ont même direction et même sens suivant $-\vec{e_x}$.

C) Les forces $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$ ont même direction mais des sens opposés.

D) Les forces $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$ ont même intensité.

Tournez la page S.V.P.

Question 4 :

Le théorème de la résultante cinétique appliqué à A_1 seul ou au système total permet d'écrire :

A) $\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{P_1}+\overrightarrow{R_1}=m_1\ddot{x}_1\overrightarrow{e_x}$

B) $\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{P_1}+\overrightarrow{R_1}=m_1\left(\ddot{x}_1-\ddot{x}_2\right)\overrightarrow{e_x}$

C) $\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}+\overrightarrow{P_1}+\overrightarrow{P_2}+\overrightarrow{R_1}+\overrightarrow{R_2}=\left(m_1\ddot{x}_1+m_2\ddot{x}_2\right)\overrightarrow{e_x}$

D) $\overrightarrow{P_1}+\overrightarrow{P_2}+\overrightarrow{R_1}+\overrightarrow{R_2}=\left(m_1\ddot{x}_1+m_2\ddot{x}_2\right)\overrightarrow{e_x}$

Question 5 :

Le centre de masse G du système :

A) Est fixe.
B) Est animé d'un mouvement rectiligne et uniforme.
C) Est animé d'un mouvement rectiligne uniformément accéléré.
D) Est animé d'un mouvement rectiligne uniformément varié.

Question 6 :

Soit $\overrightarrow{p_1}$, $\overrightarrow{p_2}$ et $\overrightarrow{p_G}$, les résultantes cinétiques, respectivement, de A_1, A_2 et G. On conclut des questions précédentes :

A) $\overrightarrow{p_G}=\overrightarrow{p_1}+\overrightarrow{p_2}$

B) $\overrightarrow{p_G}=\overrightarrow{p_2}-\overrightarrow{p_1}$

C) $\overrightarrow{p_1}=\overrightarrow{p_2}$

D) $\overrightarrow{p_1}=-\overrightarrow{p_2}$

Question 7 :

Soit $\mathcal{E}_m$ l'énergie mécanique du système. L'origine de l'énergie potentielle de pesanteur étant prise sur l'axe Ox, on déduit du théorème de la puissance mécanique :

A) $\frac{1}{2}m_1\dot{x}_1^2+\frac{1}{2}m_2\dot{x}_2^2+k\left(x_2-x_1-\ell_o\right)^2=\text{constante}$

B) $\mathcal{E}_m=\frac{1}{2}k\ell_o^2$

C) $\frac{1}{2}m_1\dot{x}_1^2+\frac{1}{2}m_2\dot{x}_2^2+\frac{1}{2}k\left(x_2-x_1-\ell_o\right)^2=\text{constante}$

D) $\mathcal{E}_m=0$

Question 8 :

On note $\dot{x}_{if}$ la vitesse de A_i à l'instant t_f et μ la masse réduite du système. La longueur du ressort à t_f étant égale à ℓ_o, on déduit des questions précédentes :

A) $\frac{1}{2}m_1\dot{x}_{1f}^2+\frac{1}{2}m_2\dot{x}_{2f}^2+k\ell_o^2=0$

B) $\dot{x}_{1f}=\sqrt{k\mu}\frac{\ell_o}{m_1}$

C) $\frac{1}{2}m_1\dot{x}_{1f}^2+\frac{1}{2}m_2\dot{x}_{2f}^2-k\ell_o^2=0$

D) $\dot{x}_{2f}=\sqrt{k\mu}\frac{\ell_o}{m_1}$

Question 9 :

Dans le cas où $m_1 >> m_2$, on observe que :

A) A_1 est immobile.
B) A_2 est immobile.
C) L'énergie potentielle initiale est transmise intégralement à A_1 sous forme d'énergie cinétique.
D) L'énergie potentielle initiale est transmise intégralement à A_2 sous forme d'énergie cinétique.

Question 10 :

Dans le cas où $m_1 << m_2$, on observe que :

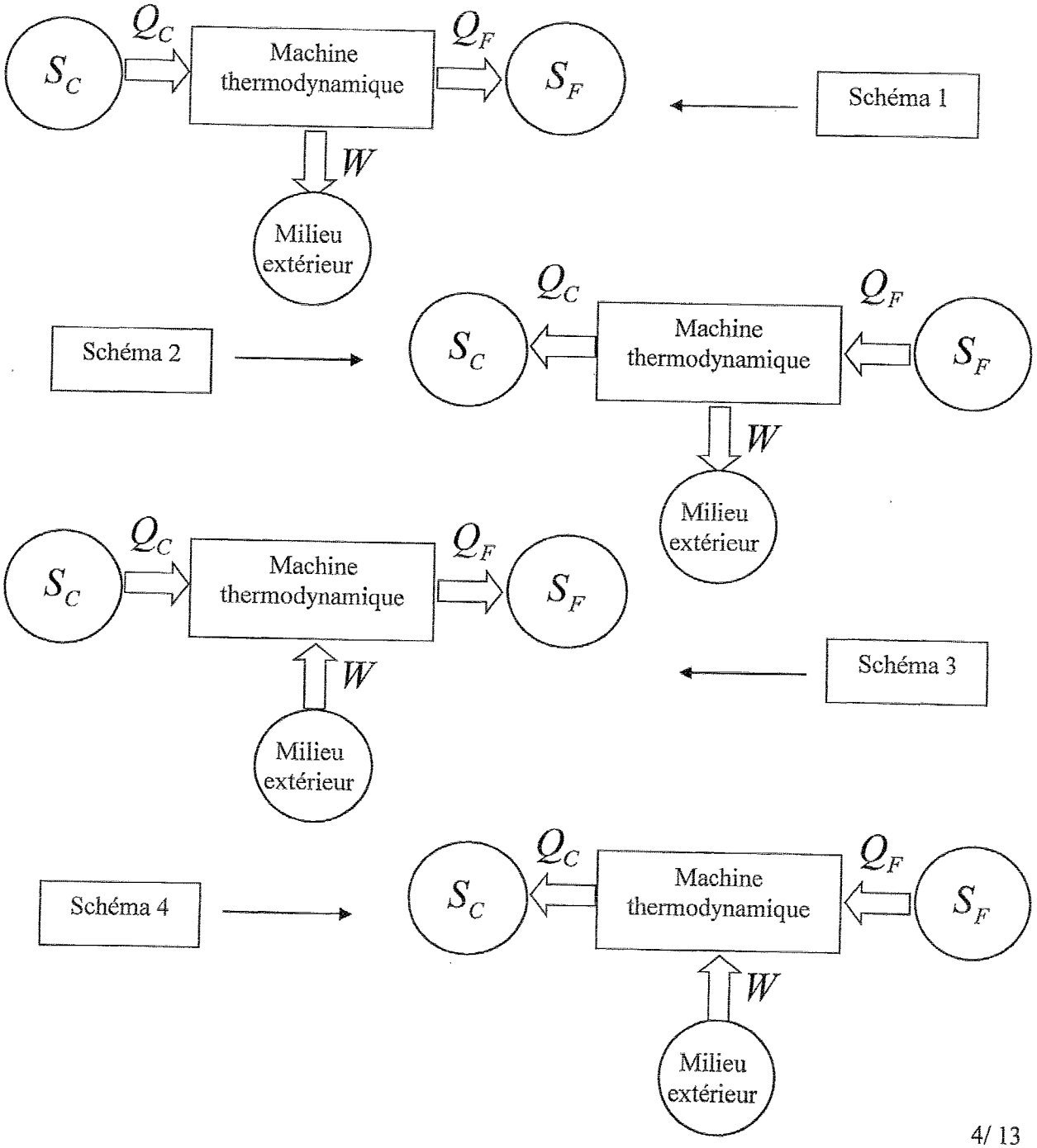
A) A_1 est immobile.
B) A_2 est immobile.
C) L'énergie potentielle initiale est transmise intégralement à A_1 sous forme d'énergie cinétique.
D) L'énergie potentielle initiale est transmise intégralement à A_2 sous forme d'énergie cinétique.

Tournez la page S.V.P.

Question 11 :

On s'intéresse au fonctionnement des machines dithermes thermodynamiques : moteur (M), machine frigorifique (MF) ou pompe à chaleur (PAC).
On note S_C et S_F, T_C et T_F, respectivement, la source chaude et la source froide, les températures de S_C et S_F. Au cours d'un cycle, on note W le transfert mécanique entre le système et le milieu extérieur, et, Q_C et Q_F, respectivement, les transferts thermiques entre le système et S_C et S_F.

On considère les principes suivants :



A) Le schéma 1 est le principe du moteur.
B) Le schéma 2 est le principe du moteur.
C) Le schéma 3 est le principe de la pompe à chaleur.
D) Le schéma 4 est le principe de la machine frigorifique.

Question 12 :

Pour le moteur :

A) $W>0, Q_C>0, Q_F<0$	**B)** $W<0, Q_C>0, Q_F<0$
C) $W<0, Q_C<0, Q_F>0$	**D)** $W>0, Q_C<0, Q_F>0$

Question 13 :

Pour la pompe à chaleur :

A) $W>0, Q_C>0, Q_F<0$	**B)** $W<0, Q_C>0, Q_F<0$
C) $W<0, Q_C<0, Q_F>0$	**D)** $W>0, Q_C<0, Q_F>0$

Question 14 :

Pour la machine frigorifique :

A) $W>0, Q_C>0, Q_F<0$	**B)** $W<0, Q_C>0, Q_F<0$
C) $W<0, Q_C<0, Q_F>0$	**D)** $W>0, Q_C<0, Q_F>0$

On note η_M, η_{MF} et η_{PAC}, respectivement les efficacités de M, MF et PAC, et r_M, r_{MF} et r_{PAC} les rendements correspondants.

Question 15 :

Pour le moteur, on obtient :

A) $\eta_M>1$	**B)** $\eta_M<1$
C) $r_M>1$	**D)** $r_M<1$

Tournez la page S.V.P.

Question 16 :

Pour la pompe à chaleur, on obtient :

A) $\eta_{PAC} > 1$

B) $\eta_{PAC} < 1$

C) $r_{PAC} > 1$

D) $r_{PAC} < 1$

Question 17 :

Soit S^p l'entropie produite au cours d'un cycle. Le premier et le second principe permettent d'obtenir :

A) $\eta_M = 1 + \frac{T_F}{T_C} - \frac{T_F S^p}{Q_C}$

B) $\eta_M = 1 - \frac{T_F}{T_C} - \frac{T_C S^p}{Q_F}$

C) $\eta_M = \frac{1}{1 + \frac{T_C}{T_F} + \frac{T_C S^p}{Q_F}}$

D) $\eta_{MF} = 1 - \frac{T_F}{T_C} - \frac{T_F S^p}{Q_C}$

Question 18 :

A) $\eta_{PAC} = \frac{1}{1 + \frac{T_C}{T_F} + \frac{T_C S^p}{Q_F}}$

B) $\eta_{PAC} = 1 - \frac{T_F}{T_C} - \frac{T_F S^p}{Q_C}$

C) $\eta_{MF} = \frac{-1}{1 - \frac{T_C}{T_F} - \frac{T_C S^p}{Q_F}}$

D) $\eta_{PAC} = \frac{1}{1 - \frac{T_F}{T_C} - \frac{T_F S^p}{Q_C}}$

Question 19 :

A) $r_{PAC} = \frac{1}{1 - \frac{T_C T_F S^p}{Q_C (T_C - T_F)}}$

B) $r_M = 1 - \frac{T_C T_F S^p}{Q_C (T_C - T_F)}$

C) $r_{MF} = \frac{1}{1 + \frac{T_C T_F S^p}{Q_F (T_C - T_F)}}$

D) $r_{MF} = \frac{1}{1 + \frac{T_C T_F S^p}{Q_C (T_C - T_F)}}$

Question 20 :

Actuellement, les ordres de grandeur des efficacités des machines thermodynamiques sont :

A) $\eta_{PAC} = 5$	**B)** $\eta_M = 5$
C) $\eta_{MF} = 0,5$	**D)** $\eta_M = 0,5$

Question 21 :

On s'intéresse à la diffraction d'une onde de longueur d'onde λ par différents diaphragmes ou obstacles $(\mathcal{D})$.
Les conditions expérimentales nécessaires à l'observation d'un tel phénomène sont :

A) Les dimensions de $(\mathcal{D})$ sont de l'ordre de grandeur de λ pour une onde acoustique.
B) Les dimensions de $(\mathcal{D})$ sont de l'ordre de 200λ pour une onde lumineuse.
C) Les dimensions de $(\mathcal{D})$ sont inférieures à λ pour une onde lumineuse.
D) Les dimensions de $(\mathcal{D})$ sont inférieures à λ pour une onde acoustique.

Quetion 22 :

Dans l'air, on rappelle la célérité du son $c_s = 330\ \text{m.s}^{-1}$ et la célérité de la lumière $c = 3.10^8\ \text{m.s}^{-1}$.

Concernant les fréquences des ondes :

A) Elles sont comprises entre 20 Hz et 20 kHz pour les ondes sonores perçues par l'homme.
B) Elles sont comprises entre 20 kHz et 20 MHz pour les ondes sonores perçues par l'homme.
C) Elles sont comprises entre 3 MHz et 8 MHz pour les ondes lumineuses vues par l'homme.
D) Elles sont comprises entre 3 GHz et 8 GHz pour les ondes lumineuses vues par l'homme.

Question 23 :

Une onde sonore peut être diffractée par un obstacle dont la taille est de l'ordre de :

A) 1 m	**B)** 10 m
C) 100 m	**D)** 1 km

Tournez la page S.V.P.

Question 24 :

Une onde lumineuse peut être diffractée par un obstacle dont la taille est de l'ordre de :

A) 1 µm

B) 1 mm

C) 1 cm

D) 1 dm

Question 25 :

Lors de la diffraction d'une onde lumineuse :

A) La longueur d'onde de l'onde incidente est augmentée.
B) La longueur d'onde de l'onde incidente est diminuée.
C) La fréquence de l'onde incidente est augmentée.
D) La fréquence de l'onde incidente est diminuée

Question 26 :

Lors de la diffraction d'une onde sonore :

A) La longueur d'onde de l'onde incidente est augmentée.
B) La longueur d'onde de l'onde incidente est diminuée.
C) La fréquence de l'onde incidente est augmentée.
D) La fréquence de l'onde incidente est diminuée.

Question 27 :

On note λ_i et λ_d, respectivement, les longueurs d'onde des ondes incidentes et diffractées. Soit a la taille caractéristique de l'ouverture diffractante. L'écart angulaire θ caractéristique du phénomène de diffraction vérifie :

A) $\sin\theta = \frac{a}{\lambda_i}$

B) $\sin\theta = \frac{a}{\lambda_d}$

C) $\sin\theta = \frac{\lambda_i}{a}$

D) $\sin\theta = \frac{\lambda_d}{a}$

Question 28 :

Dans le cas d'une diffraction lumineuse, l'écart angulaire θ est de l'ordre de :

A) 1 rad	**B)** 10 rad
C) 1 °	**D)** 0,1 °

Question 29 :

Si l'observation de la figure de diffraction lumineuse est réalisée sur un écran distant de D de $(\mathcal{D})$, la tache centrale de diffraction a une longueur égale à :

A) $\frac{1}{2}\frac{aD}{\lambda_d}$	**B)** $\frac{aD}{\lambda_d}$
C) $\frac{\lambda_d D}{a}$	**D)** $2\frac{\lambda_d D}{a}$

Question 30 :

On réalise une expérience de diffraction lumineuse à l'aide d'un diaphragme $(\mathcal{D}_1)$ constitué par une fente de largeur a. On remplace ensuite le diaphragme $(\mathcal{D}_1)$ par un diaphragme $(\mathcal{D}_2)$ constitué par une fente de largeur $2a$. Les diaphragmes sont éclairés par une source d'onde plane de longueur d'onde λ.

A) Les deux figures de diffraction sont identiques.

B) Les deux figures de diffraction sont centrées au même point.

C) La frange centrale de diffraction obtenue avec $(\mathcal{D}_1)$ est deux fois plus grande que celle obtenue avec $(\mathcal{D}_2)$.

D) La frange centrale de diffraction obtenue avec $(\mathcal{D}_1)$ est deux fois plus petite que celle obtenue avec $(\mathcal{D}_2)$.

Tournez la page S.V.P.

Question 31 :

Dans un espace caractérisé par le repère $\mathcal{R}(O,xyz)$ associé à la base cartésienne $\left(\vec{e_x},\vec{e_y},\vec{e_z}\right)$, une onde électromagnétique sinusoïdale monochromatique plane, de pulsation ω, de longueur d'onde λ, d'amplitude E_m, et polarisée rectilignement suivant la direction $\vec{u}\begin{vmatrix}\cos\alpha\\0\\\sin\alpha\end{vmatrix}$, se propage dans le vide suivant la direction $\vec{v}\begin{vmatrix}\sin\alpha\\0\\-\cos\alpha\end{vmatrix}$. Le champ électrique $\vec{E}(M,t)$ caractéristique de cette onde peut s'écrire, en un point $M(x,y,z)$ quelconque de $\mathcal{R}$, et à un instant t :

A) $\vec{E}(M,t)=E_m\left[\cos\left(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}x\cos\alpha+\frac{2\pi}{\lambda}z\sin\alpha\right)\right]\left(\vec{e_y}\right)$

B) $\vec{E}(M,t)=E_m\left[\cos\left(\omega t+\frac{2\pi}{\lambda}x\cos\alpha-\frac{2\pi}{\lambda}z\sin\alpha\right)\right]\left(\vec{e_y}\right)$

C) $\vec{E}(M,t)=E_m\left[\cos\left(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}x\cos\alpha-\frac{2\pi}{\lambda}z\sin\alpha\right)\right]\left(\sin\alpha\vec{e_x}-\cos\alpha\vec{e_z}\right)$

D) $\vec{E}(M,t)=E_m\left[\cos\left(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}x\cos\alpha+\frac{2\pi}{\lambda}z\sin\alpha\right)\right]\left(\sin\alpha\vec{e_x}-\cos\alpha\vec{e_z}\right)$

Question 32 :

c étant la vitesse de la lumière dans le vide, le champ magnétique $\vec{B}(M,t)$ associé à $\vec{E}(M,t)$ peut s'écrire :

A) $\vec{B}(M,t)=\frac{E_m}{c}\left[\cos\left(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}x\cos\alpha+\frac{2\pi}{\lambda}z\sin\alpha\right)\right]\left(\sin\alpha\vec{e_x}-\cos\alpha\vec{e_z}\right)$

B) $\vec{B}(M,t)=\frac{E_m}{c}\left[\cos\left(\omega t+\frac{2\pi}{\lambda}x\cos\alpha-\frac{2\pi}{\lambda}z\sin\alpha\right)\right]\left(\sin\alpha\vec{e_x}-\cos\alpha\vec{e_z}\right)$

C) $\vec{B}(M,t)=\frac{E_m}{c}\left[\cos\left(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}x\sin\alpha-\frac{2\pi}{\lambda}z\cos\alpha\right)\right]\left(\vec{e_y}\right)$

D) $\vec{B}(M,t)=-\frac{E_m}{c}\left[\cos\left(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}x\sin\alpha+\frac{2\pi}{\lambda}z\cos\alpha\right)\right]\left(\vec{e_y}\right)$

Question 33 :

On note ε_o et μ_o, respectivement, la permittivité et la perméabilité du vide. Le vecteur de Poynting $\vec{R}(M,t)$ de l'onde étudiée est :

A) $\vec{R}(M,t)=\frac{E_m^{\,2}}{c\varepsilon_o}\left[\cos\left(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}x\cos\alpha+\frac{2\pi}{\lambda}z\sin\alpha\right)\right]^2\left(\sin\alpha\vec{e_x}-\cos\alpha\vec{e_z}\right)$

B) $\vec{R}(M,t)=c\varepsilon_o E_m^{\,2}\cos^2\left[\omega t-\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\sin\alpha-\frac{2\pi}{\lambda}z\cos\alpha\right)\right]\left(\sin\alpha\vec{e_x}-\cos\alpha\vec{e_z}\right)$

C) $\vec{R}(M,t)=\frac{E_m^{\,2}}{c\mu_o}\left[\cos\left(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}x\sin\alpha+\frac{2\pi}{\lambda}z\cos\alpha\right)\right]^2\left(\sin\alpha\vec{e_x}-\cos\alpha\vec{e_z}\right)$

D) $\vec{R}(M,t)=c\mu_o E_m^{\,2}\cos^2\left[\omega t-\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\sin\alpha-\frac{2\pi}{\lambda}z\cos\alpha\right)\right]\left(\sin\alpha\vec{e_x}-\cos\alpha\vec{e_z}\right)$

Question 34 :

Les densités volumiques d'énergie électrique u_e et magnétique u_m, et leurs valeurs moyennes respectives $\langle u_e\rangle$ et $\langle u_m\rangle$ vérifient :

A) $u_e=u_m$

B) $u_e=c\varepsilon_o E_m^{\,2}\cos^2\left[\omega t-\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\sin\alpha-\frac{2\pi}{\lambda}z\cos\alpha\right)\right]$

C) $\langle u_e\rangle=\langle u_m\rangle$

D) $\langle u_m\rangle=\frac{1}{2}\frac{E_m^{\,2}}{c\mu_o}$

Question 35 :

La densité volumique d'énergie électromagnétique u_{em}, et sa valeur moyenne $\langle u_{em}\rangle$ vérifient :

A) $\langle u_{em}\rangle=2\langle u_e\rangle$

B) $u_{em}=\|\vec{R}\|$

C) $\langle u_{em}\rangle=2\langle u_m\rangle$

D) $u_{em}=\mathrm{div}\vec{R}$

Tournez la page S.V.P.

Question 36 :

Concernant le bilan énergétique de l'onde étudiée :

A) Toute la puissance électromagnétique de l'onde est rayonnée.
B) Une partie de la puissance électromagnétique de l'onde est dissipée par effet Joule.
C) La propagation de l'énergie électromagnétique se fait toujours dans le sens de $\vec{R}$.
D) La propagation de l'énergie électrique se fait toujours dans le sens de $\vec{E}$.

Question 37 :

L'onde intercepte, suivant un angle d'incidence nul, un plan métallique sur lequel elle se réfléchit totalement. On suppose que le champ électrique réfléchi $\vec{E_r}(M,t)$ conserve la même polarisation que $\vec{E}(M,t)$. E_{or} étant l'amplitude de $\vec{E_r}(M,t)$, le champ réfléchi peut s'écrire :

A) $\vec{E_r}(M,t) = E_{or}\left[\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x\cos\alpha + \frac{2\pi}{\lambda}z\sin\alpha\right)\right]\left(-\vec{e_y}\right)$

B) $\vec{E_r}(M,t) = E_{or}\left[\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x\cos\alpha + \frac{2\pi}{\lambda}z\sin\alpha\right)\right]\left(\vec{e_y}\right)$

C) $\vec{E_r}(M,t) = E_{or}\left[\cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda}x\sin\alpha - \frac{2\pi}{\lambda}z\cos\alpha\right)\right]\left(\cos\alpha\vec{e_x} + \sin\alpha\vec{e_z}\right)$

D) $\vec{E_r}(M,t) = E_{or}\left[\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x\sin\alpha + \frac{2\pi}{\lambda}z\cos\alpha\right)\right]\left(\cos\alpha\vec{e_x} + \sin\alpha\vec{e_z}\right)$

Question 38 :

Le champ magnétique $\vec{B_r}(M,t)$ de l'onde réfléchie s'écrit :

A) $\vec{B_r}(M,t) = \frac{E_{or}}{c}\left[\cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda}x\cos\alpha - \frac{2\pi}{\lambda}z\sin\alpha\right)\right]\left(-\sin\alpha\vec{e_x} + \cos\alpha\vec{e_z}\right)$

B) $\vec{B_r}(M,t) = \frac{E_{or}}{c}\left[\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x\cos\alpha + \frac{2\pi}{\lambda}z\sin\alpha\right)\right]\left(-\sin\alpha\vec{e_x} + \cos\alpha\vec{e_z}\right)$

C) $\vec{B_r}(M,t) = \frac{E_{or}}{c}\left[\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x\sin\alpha - \frac{2\pi}{\lambda}z\cos\alpha\right)\right]\left(-\vec{e_y}\right)$

D) $\vec{B_r}(M,t) = \frac{E_{or}}{c}\left[\cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda}x\sin\alpha - \frac{2\pi}{\lambda}z\cos\alpha\right)\right]\left(\vec{e_y}\right)$

Question 39 :

L'onde totale résultant de la superposition de l'onde incidente et de l'onde réfléchie :

A) Est une onde stationnaire.
B) Est une onde se propageant suivant la normale au plan métallique.
C) Est caractérisée par une amplitude fonction de y.
D) Est caractérisée par une amplitude fonction de x et z.

Question 40 :

La réflexion de l'onde électromagnétique sur le conducteur est à l'origine, au niveau du conducteur :

A) D'une charge surfacique.
B) D'une charge volumique.
C) D'un courant surfacique.
D) D'un courant volumique.

IMPRIMERIE NATIONALE – D'après documents fournis

J. 15 1236

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE **Session 2015**

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE

◆

Épreuve obligatoire à option

PHYSIQUE

Durée : 4 heures

Coefficient : 3

◆

Cette épreuve comporte :

1 page de garde
2 pages d'instructions pour remplir le QCM recto/verso
1 page d'avertissements
8 pages de texte recto/verso

L'USAGE DE CALCULATRICES, DE TELEPHONES PORTABLES OU DE DOCUMENTS PERSONNELS N'EST PAS AUTORISE

ÉCOLE NATIONALE D'AVIATION CIVILE **ICNA 2015**

ÉPREUVE OBLIGATOIRE A OPTION DE PHYSIQUE

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve obligatoire à option de physique de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

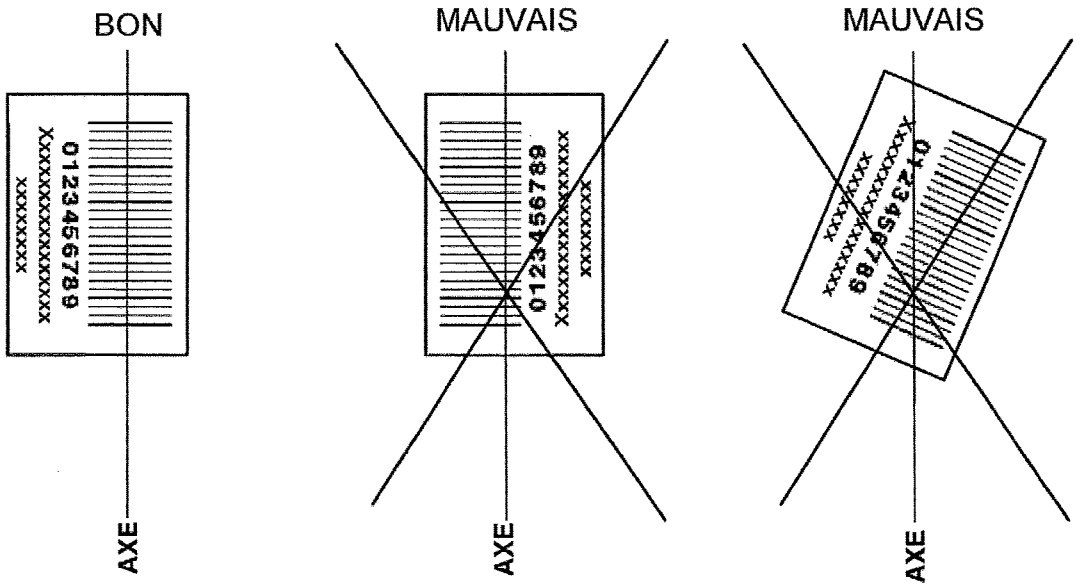
ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, **l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez,** c'est-à-dire « épreuve obligatoire à option de physique ».

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, positionner celle-ci en **position verticale** avec les chiffres d'identification **à gauche** (le trait vertical devant traverser la totalité des barres de ce code).

EXEMPLES :



2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un STYLO BILLE ou une POINTE FEUTRE de couleur NOIRE.

3) Utilisez le sujet comme brouillon (ou les brouillons qui vous seront fournis à la demande par la surveillante qui s'occupe de votre rangée) et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.

4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.

5) Cette épreuve comporte 40 questions obligatoires, certaines, de numéros consécutifs, peuvent être liées. La liste de ces questions est donnée sur la page d'avertissements.

Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.

Tournez la page S.V.P.

6) A chaque question numérotée entre 1 et 40, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 41 à 100 sont neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.
Pour chaque ligne numérotée de 01 à 40, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

► soit vous décidez de ne pas traiter cette question,
la ligne correspondante doit rester vierge.

► soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse :
vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.

► soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes :
vous devez noircir deux des cases A, B, C, D et deux seulement.

► soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne :
vous devez alors noircir la case E.

Attention, toute réponse fausse entraîne pour la question correspondante une pénalité dans la note.

EXEMPLES DE RÉPONSES

Exemple I : Question 1 :

Pour une mole de gaz réel :

A) $\lim_{P\to 0}(PV) = RT$, quelle que soit la nature du gaz.

B) $PV = RT$ quelles que soient les conditions de pression et température.

C) Le rapport des chaleurs massiques dépend de l'atomicité.

D) L'énergie interne ne dépend que de la température.

Exemple II : Question 2 :

Pour un conducteur ohmique de conductivité électrique σ , la forme locale de la loi d'OHM est :

A) $\vec{j} = \dfrac{\vec{E}}{\sigma}$ B) $\vec{j} = \sigma\vec{E}$ C) $\vec{E} = \sigma^2\vec{j}$ D) $\vec{j} = \sigma^2\vec{E}$

Exemple III : Question 3 :

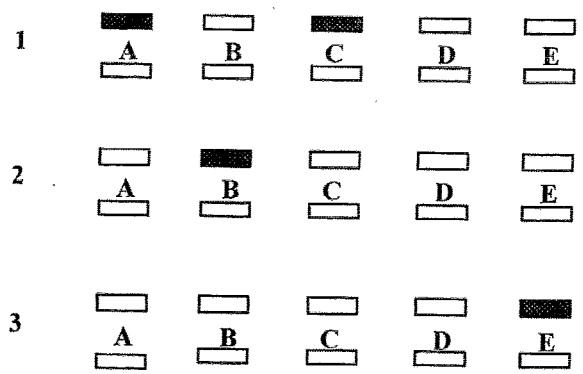
A) Le travail lors d'un cycle monotherme peut être négatif.

B) Une pompe à chaleur prélève de la chaleur à une source chaude et en restitue à la source froide.

C) Le rendement du cycle de CARNOT est $1+\dfrac{T_2}{T_1}$

D) Le phénomène de diffusion moléculaire est un phénomène réversible.

Vous marquerez sur la feuille réponse :



AVERTISSEMENTS

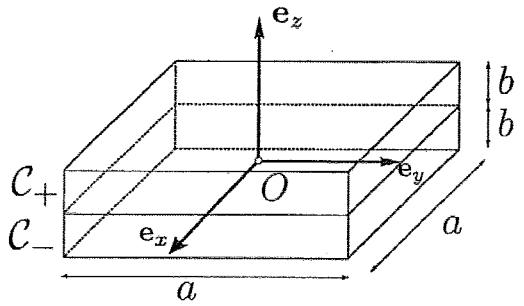
Les calculatrices sont interdites pour cette épreuve. Dans certaines questions, les candidats doivent choisir entre plusieurs valeurs numériques. Les valeurs fausses qui sont proposées ont des ordres de grandeur suffisamment différents de la valeur exacte arrondie selon les règles habituelles, afin d'éliminer toute ambiguïté dans le choix de la bonne réponse.

Conformément aux notations internationales, les vecteurs sont représentés en caractères gras.

QUESTIONS LIEES

[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]
[8, 9, 10, 11, 12, 13, 14]
[15, 16, 17, 18, 19, 20, 21]
[22, 23, 24, 25, 26, 27, 28]
[29, 30, 31, 32, 33, 34]
[35, 36, 37, 38, 39, 40]

1. Deux parallélépipèdes rectangles $\mathcal{C}_+$ et $\mathcal{C}_-$ à base carrée de côté a et d'épaisseur $b \ll a$ sont accolés dans le plan $z = 0$ d'un repère de coordonnées cartésiennes $(O, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$. L'origine O du repère est au centre des faces accolées (Fig. ci-après). $\mathcal{C}_+$ porte une charge volumique uniforme ρ_e tandis que $\mathcal{C}_-$ porte une charge volumique uniforme opposée. On désigne par $\mathbf{E}(x, y, z)$ le champ électrique créé en un point M de l'espace de coordonnées cartésiennes (x, y, z) et par $V(x, y, z)$ le potentiel électrostatique en M que l'on choisira *nul* en O. On note ε_0 la permittivité du vide.



Indiquer la ou les affirmation(s) exacte(s) :

A) Le champ électrique dans le plan $y = 0$ possède au moins une composante nulle.

B) Le champ électrique dans le plan $y = 0$ possède deux composantes nulles.

C) Le flux du champ électrique à travers une sphère de centre O et de rayon strictement supérieur à $(a^2/2 + b^2)^{1/2}$ vaut $\rho_e a^2 b/\varepsilon_0$.

D) Le flux du champ électrique à travers une sphère de centre O et de rayon strictement supérieur à $(a^2/2 + b^2)^{1/2}$ est nul.

2. Indiquer la ou les affirmation(s) exacte(s) :

A) $\mathbf{E}(0, 0, z) = \mathbf{E}(0, 0, -z)$
B) $\mathbf{E}(0, 0, z) = -\mathbf{E}(0, 0, -z)$
C) $V(0, 0, z) = V(0, 0, -z)$
D) $V(0, 0, z) = -V(0, 0, -z)$

3. Exprimer le moment dipolaire $\mathbf{p} = p\,\mathbf{e}_z$ de la distribution :

A) $p = \rho_e a^3 b$ B) $p = \rho_e (ab)^2$ C) $p = \rho_e \dfrac{(ab)^2}{2}$ D) $p = 2\rho_e (ab)^2$

4. Exprimer le champ électrostatique et le potentiel sur l'axe $O\mathbf{e}_z$ $(z > 0)$ dans l'approximation dipolaire.

A) $\mathbf{E}(0, 0, z) = \dfrac{p}{4\pi\varepsilon_0 b z^2}\,\mathbf{e}_z$
B) $\mathbf{E}(0, 0, z) = \dfrac{p}{2\pi\varepsilon_0 z^3}\,\mathbf{e}_z$
C) $V(0, 0, z) = \dfrac{p}{4\pi\varepsilon_0 z^2}$
D) $V(0, 0, z) = \dfrac{p}{2\pi\varepsilon_0 b z}$

5. On suppose désormais $|z| \ll a$. Exprimer le champ électrostatique sur l'axe Oz dans la zone $z > b$:

A) $\mathbf{E} = \dfrac{\rho_e b}{\varepsilon_0}\mathbf{e}_z$ B) $\mathbf{E} = \dfrac{2\rho_e b}{\varepsilon_0}\mathbf{e}_z$ C) $\mathbf{E} = \dfrac{\rho_e b}{2\varepsilon_0}\mathbf{e}_z$ D) $\mathbf{E} = \mathbf{0}$

6. Exprimer le champ électrostatique sur l'axe Oz dans la zone $0 < z < b$:

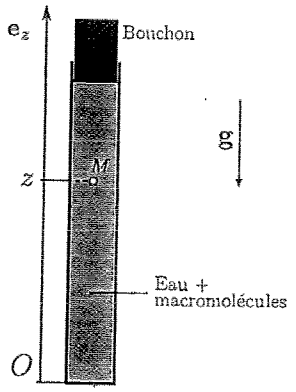
A) $\mathbf{E} = \dfrac{\rho_e z}{\varepsilon_0}\mathbf{e}_z$ B) $\mathbf{E} = \dfrac{\rho_e (b - z)}{\varepsilon_0}\mathbf{e}_z$ C) $\mathbf{E} = \dfrac{\rho_e (z - b)}{\varepsilon_0}\mathbf{e}_z$ D) $\mathbf{E} = \dfrac{\rho_e ab}{\varepsilon_0 z}\mathbf{e}_z$

7. Calculer la tension électrique $U = V(0, 0, -b) - V(0, 0, b)$.

A) $U = \dfrac{\rho_e a^2}{\varepsilon_0}$ B) $U = \dfrac{\rho_e b^2}{\varepsilon_0}$ C) $U = \dfrac{\rho_e ab}{\varepsilon_0}$ D) $U = \dfrac{\rho_e b^2}{2\varepsilon_0}$

Tournez la page S.V.P.

8. Un tube à essais bouché de hauteur $H = 6\,\text{cm}$ est disposé verticalement dans le référentiel du laboratoire. Il contient, en solution dans de l'eau de masse volumique ρ_e, des macromolécules assimilées à des sphères homogènes de masse volumique $\rho_m \approx 4\rho_e/3$, de masse m et de rayon R. On désigne par $g \approx 10\,\text{m.s}^{-2}$ l'intensité du champ de pesanteur terrestre, par $T = 300\,\text{K}$ la température du système supposée constante et par $D \approx 10^{-8}\,\text{m}^2.\text{s}^{-1}$ le coefficient de diffusion des macromolécules dans l'eau. L'axe Oe_z est vertical ascendant et z désigne la cote d'un point M de la solution (Fig. ci-après). Les macromolécules sont soumises à une force de Stokes $\mathbf{F}_S = -\alpha\mathbf{v}$, α étant un coefficient positif et $\mathbf{v} = v_z\mathbf{e}_z$ la vitesse des macromolécules.



La deuxième loi de Newton appliquée à une macromolécule au cours de sa chute dans le référentiel du laboratoire conduit à l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dv_z}{dt} + \frac{1}{\tau}v_z = g'$$

où τ et g' sont deux constantes. Exprimer τ et g'.

A) $\tau = \dfrac{\alpha}{m}$ B) $\tau = \dfrac{m}{\alpha}$ C) $g' = -g\left(1 - \dfrac{\rho_e}{\rho_m}\right)$ D) $g' = -g$

9. Exprimer la vitesse limite $\mathbf{v}_l = v_l\,\mathbf{e}_z$ atteinte par une macromolécule lors de sa chute.

A) $v_l = -\dfrac{4\pi R^3\alpha}{3g}$

B) $v_l = -\dfrac{4\pi R^3 g}{\alpha}$

C) $v_l = -\dfrac{4\pi R^3 g}{3\alpha}$

D) $v_l = -\dfrac{4\pi R^3 g}{3\alpha}(\rho_m - \rho_e)$

10. On suppose que la vitesse limite est atteinte très rapidement lors de la chute et on désigne par $n_v(z)$ la concentration des macromolécules dans l'eau. Exprimer le vecteur courant volumique $\mathbf{J}_c$ de convection dû à la chute et le vecteur courant volumique de diffusion $\mathbf{J}_d$ dû à la diffusion des macromolécules dans le tube à essais.

A) $\mathbf{J}_c = n_v\,\mathbf{v}_l$ B) $\mathbf{J}_c = \mathbf{grad}\,n_v$ C) $\mathbf{J}_d = -D\,\mathbf{v}_l$ D) $\mathbf{J}_d = -D\,\mathbf{grad}\,n_v$

11. En régime stationnaire, l'équation différentielle satisfaite par $n_v(z)$ est la suivante :

$$\frac{dn_v}{dz} + \frac{1}{H}n_v = 0$$

Exprimer H.

A) $H = \dfrac{3D\alpha}{4\pi R^3 g(\rho_m - \rho_e)}$

B) $H = \dfrac{D\alpha}{\pi R^2 g(\rho_m - \rho_e)}$

C) $H = \dfrac{Dg}{4\pi R^3\alpha\rho_m}$

D) $H = \dfrac{3D\alpha}{4\pi R^3 g\rho_e}$

12. Le profil vertical de concentration s'écrit, à l'aide du facteur de Boltzmann :

$$n_v(z) = n_v(0)\,\exp\left(-\frac{\mathcal{E}}{k_B T}\right)$$

où k_B est la constante de Boltzmann. Exprimer $\mathcal{E}$.

A) $\mathcal{E} = mgz$ B) $\mathcal{E} = mg'z$ C) $\mathcal{E} = \frac{1}{2}mv_l^2$ D) $\mathcal{E} = mgz + \frac{1}{2}mv_l^2$

13. Expérimentalement on mesure un rapport de concentration égal à deux pour un écart d'altitude $\Delta z = 4\,\text{cm}$. Calculer l'ordre de grandeur de la masse m des macromolécules sachant que $\ln 2 \approx 0{,}7$ et $k_B \approx 1{,}4 \times 10^{-23}\,\text{J.K}^{-1}$.

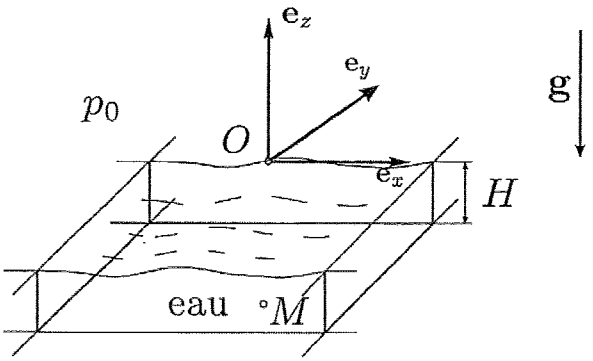
A) $m \approx 3 \times 10^{-16}\,\text{kg}$ B) $m \approx 3 \times 10^{-18}\,\text{kg}$ C) $m \approx 3 \times 10^{-20}\,\text{kg}$ D) $m \approx 3 \times 10^{-22}\,\text{kg}$

14. On renverse lentement le tube en position horizontale. Quel est l'ordre de grandeur de la durée τ d'homogénéisation de la solution, en négligeant la convection?

A) $\tau \approx 1\,\text{h}$ B) $\tau \approx 10\,\text{h}$ C) $\tau \approx 100\,\text{h}$ D) $\tau \approx 1\,000\,\text{h}$

---

15. On étudie dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen, une étendue d'eau assimilée à un fluide incompressible, homogène, sans viscosité et ne présentant pas de tension superficielle. On néglige les effets de bord en supposant l'étendue illimitée dans le plan horizontal. La profondeur d'eau H est la même en tout point de la surface de l'eau au repos. Un repère cartésien $(O, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$ a pour axe vertical $O\mathbf{e}_z$, l'origine O étant située en un point de la surface de l'eau au repos. On note ρ_m la masse volumique de l'eau, $p(M,t)$ la pression en un point M de coordonnées (x, y, z) à l'instant t et $\mathbf{v}(M,t) = v_x(M,t)\,\mathbf{e}_x + v_z(M,t)\,\mathbf{e}_z$ le champ des vitesses. Le champ de pesanteur est uniforme, d'intensité g.
On s'intéresse aux ondes de surface (houle) et on repère la surface libre de l'eau perturbée par sa cote $z_s = z_s(x,y,t)$. La surface de l'eau est faiblement perturbée et l'écoulement est irrotationnel et unidimensionnel le long de l'axe Oe_x. On désigne par $\phi(M,t)$ le potentiel des vitesses ($\mathbf{v} = \mathbf{grad}\,\phi$). La pression atmosphérique p_0 est constante (Fig. ci-après).



Indiquer la ou les réponse(s) exacte(s) :

A) $\text{div}\,\mathbf{v} \neq 0$ B) $\text{div}\,\mathbf{v} = 0$ C) $\Delta\phi = 0$ D) $\mathbf{grad}\,\phi = 0$

16. On cherche des solutions harmoniques en écrivant le potentiel des vitesses sous la forme suivante :

$$\phi(M,t) = \Psi(z)\cos(kx - \omega t)$$

k et ω sont deux constantes et $\Psi(z)$, une amplitude fonction de z.

Tournez la page S.V.P.

Quelle équation différentielle vérifie $\Psi(z)$?

A) $\dfrac{\mathrm{d}^2\Psi}{\mathrm{d}z^2} + k^2\Psi = 0$ B) $\dfrac{\mathrm{d}^2\Psi}{\mathrm{d}z^2} - k^2\Psi = 0$ C) $\dfrac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}z} + k\Psi = 0$ D) $\dfrac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}z} - k\Psi = 0$

17. Quelle expression, parmi les expressions suivantes du potentiel des vitesses, garantie qu'en un point F de cote $-H$, la vitesse $v_z(F,t) = 0$ (Ψ_m désigne une constante)?

A) $\Psi(z) = \Psi_m \{\exp[k(z+H)] + \exp[-k(z+H)]\}$
B) $\Psi(z) = \Psi_m \{\exp[k(z+H)] - \exp[-k(z+H)]\}$
C) $\Psi(z) = \Psi_m \{\exp[k(z+H)] + \exp[k(z-H)]\}$
D) $\Psi(z) = \Psi_m \{\exp[k(z+H)] - \exp[k(z-H)]\}$

18. Le régime harmonique permet d'écrire, en introduisant la constante z_m :

$$z_s = z_m \sin(kx - \omega t)$$

En un point S à la surface de l'eau de cote z_s, $v_z(S,t) = \partial z_s/\partial t$. Exprimer z_m.

A) $z_m = \dfrac{2k\Psi_m}{\omega} \times \exp[k(z_s+H)]$

B) $z_m = \dfrac{2k\Psi_m}{\omega} \times \exp[2k(z_s+H)]$

C) $z_m = \dfrac{k\Psi_m}{\omega} \{\exp[-k(z_s+H)] - \exp[k(z_s+H)]\}$

D) $z_m = -\dfrac{k\Psi_m}{\omega} \{\exp[k(z_s+H)] + 2\exp[k(z_s-H)]\}$

19. En écrivant l'équation d'Euler au premier ordre en $v = \|\mathbf{v}\|$, établir le lien entre ϕ, ρ_m, p et g.

A) $\mathbf{grad}\left(\rho_m \dfrac{\partial\phi}{\partial t} - p - \rho_m g z\right) = 0$
B) $\mathbf{grad}\left(\rho_m \dfrac{\partial\phi}{\partial t} + p + \rho_m g z\right) = 0$
C) $\mathbf{grad}\left(\rho_m \dfrac{\partial\phi}{\partial t} + \rho_m \dfrac{v^2}{2} + p + \rho_m g z\right) = 0$
D) $\mathbf{grad}\left(\rho_m \dfrac{\partial\phi}{\partial t} + \rho_m \dfrac{v^2}{2} - p + \rho_m g z\right) = 0$

20. En intégrant l'équation précédente puis en se plaçant à la surface de l'eau ($z = z_s$ et $p = p_0$) et en supposant $z_s \ll H$, on obtient la relation de dispersion des ondes suivante :

$$gk\,[\exp(kH) - \exp(-kH)] = \omega^2\,[\exp(kH) + \exp(-kH)]$$

En déduire la vitesse de phase v_φ lorsque $kH \gg 1$:

A) $v_\varphi = kH\,(gH)^{1/2}$ B) $v_\varphi = H\,(gk)^{1/2}$ C) $v_\varphi = (gH)^{1/2}$ D) $v_\varphi = \left(\dfrac{g}{k}\right)^{1/2}$

21. Indiquer la ou les affirmation(s) exactes s'il y en a :

A) Lorsque $kH \gg 1$, les ondes de grandes longueurs d'onde se propagent plus vite que celles de courtes longueurs d'onde.

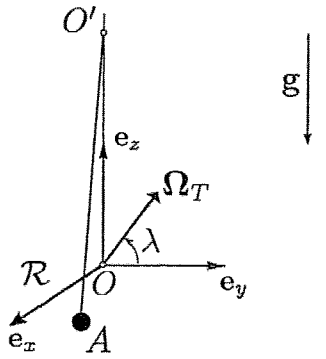
B) Lorsque $kH \gg 1$, les ondes de courtes longueurs d'onde se propagent plus vite que celles de grandes longueurs d'onde.

C) Lorsque $kH \ll 1$, le milieu est dispersif.

D) Lorsque $kH \ll 1$, le milieu est *non* dispersif.

---

22. On réalise un pendule simple à l'aide d'une masselotte A de masse m et d'un fil rectiligne inextensible de longueur L et de masse négligeable. On supposera le référentiel géocentrique galiléen et le référentiel du laboratoire $\mathcal{R}$, situé dans l'hémisphère nord, *non* galiléen en raison du mouvement de rotation uniforme de la Terre autour de son axe polaire à la vitesse angulaire Ω_T par rapport au référentiel géocentrique. Le pendule est fixé en un point O' immobile dans $\mathcal{R}$. On néglige tout type de frottements. On désigne par $\mathbf{g} = -g\,\mathbf{e}_z$ le champ de pesanteur à la surface de la Terre et g son intensité. On positionne A par ses coordonnées cartésiennes (x,y,z) dans le repère $(O,\mathbf{e}_x,\mathbf{e}_y,\mathbf{e}_z)$ ayant comme origine O, la position qu'occupe A lorsque le pendule est immobile. Le plan $(O,\mathbf{e}_y,\mathbf{e}_z)$ contient Ω_T et l'on note λ la latitude du lieu de l'expérience (Fig. ci-après). Le pendule est initialement abandonné sans vitesse dans le plan $(O,\mathbf{e}_x,\mathbf{e}_z)$ à l'abscisse $x(0) = x_0$.



En projetant sur l'axe $O\mathbf{e}_z$ la deuxième loi de Newton appliquée dans $\mathcal{R}$ à la masselotte A, on obtient l'équation suivante :

$$m\ddot{z} = -mg + \left(1 - \frac{z}{L}\right) T + m\kappa_z \dot{x}$$

dans laquelle T désigne la norme de la tension du fil et κ_z est un coefficient fonction de $\Omega_T = \|\Omega_T\|$ et de λ. Exprimer κ_z.

A) $\kappa_z = \Omega_T \sin\lambda$ B) $\kappa_z = \Omega_T \cos\lambda$ C) $\kappa_z = 2\Omega_T \cos\lambda$ D) $\kappa_z = -2\Omega_T \sin\lambda$

23. On suppose désormais $\kappa_z \dot{x} \ll g$, $z \approx 0$, $\dot{z} \approx 0$ et $\ddot{z} \approx 0$. La deuxième loi de Newton projetée sur l'axe Oe_x donne dans ces conditions :

$$\ddot{x} + \kappa_x \dot{y} + \omega_0^2 x = 0$$

où κ_x est un coefficient fonction de Ω_T et de λ et ω_0 un coefficient fonction de g et L. Exprimer κ_x.

A) $\kappa_x = \Omega_T \sin\lambda$ B) $\kappa_x = -2\Omega_T \cos\lambda$ C) $\kappa_x = 2\Omega_T \cos\lambda$ D) $\kappa_x = -2\Omega_T \sin\lambda$

24. La deuxième loi de Newton projetée sur l'axe $O\mathbf{e}_y$ s'écrit :

$$\ddot{y} + \kappa_y \dot{x} + \omega_0^2 y = 0$$

où κ_y est un coefficient fonction de κ_x. Exprimer κ_y et ω_0.

A) $\kappa_y = \kappa_x$ B) $\kappa_y = -\kappa_x$ C) $\omega_0 = \Omega_T$ D) $\omega_0 = \left(\frac{g}{L}\right)^{1/2}$

25. En introduisant l'unité imaginaire j et la fonction complexe $\underline{X} = x + jy$, les deux équations différentielles précédentes se réduisent à l'équation différentielle complexe suivante :

$$\ddot{\underline{X}} - j\kappa_x \dot{\underline{X}} + \omega_0^2 \underline{X} = 0$$

dont la solution est, au premier ordre en Ω_T/ω_0 :

$$\underline{X}(t) = x_0 \left[\cos(\omega_0 t) + j\frac{\Omega_T \sin\lambda}{\omega_0} \sin(\omega_0 t)\right] \exp\left[-j(\Omega_T \sin\lambda)t\right]$$

Exprimer la période T du mouvement de rotation, autour de l'axe vertical, du plan des oscillations du pendule :

A) $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ B) $T = \frac{2\pi}{\Omega_T}$ C) $T = \frac{2\pi}{\Omega_T \sin\lambda}$ D) $T = \frac{2\pi}{\Omega_T \cos\lambda}$

Tournez la page S.V.P.

26. Le pendule de Foucault du Panthéon de Paris a une longueur de 67 m et une masse de 28 kg. Évaluer l'ordre de grandeur de la période T des oscillations, en choisissant des valeurs appropriées de g et λ. On tolérera un écart relatif de 50% à la valeur exacte.

A) $T \approx 1{,}6\,\mathrm{s}$ B) $T \approx 16\,\mathrm{s}$ C) $T \approx 2\,\mathrm{min}$ D) $T \approx 1\,\mathrm{h}$

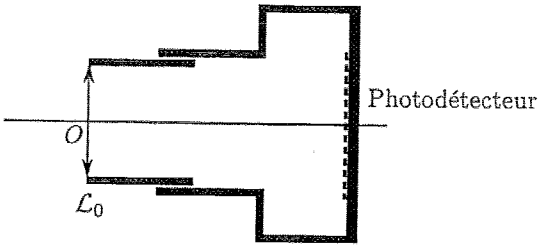
27. Déterminer l'ordre de grandeur de la vitesse angulaire ω_p de rotation du plan d'oscillation, en choisissant une valeur appropriée de Ω_T et λ. On tolérera un écart relatif de 50% à la valeur exacte.

A) $\omega_p \approx 0{,}1\,^\circ/\mathrm{h}$ B) $\omega_p \approx 1\,^\circ/\mathrm{h}$ C) $\omega_p \approx 10\,^\circ/\mathrm{h}$ D) $\omega_p \approx 100\,^\circ/\mathrm{h}$

28. Indiquer la ou les affirmation(s) exacte(s) :
A) Le plan des oscillations du pendule fait une rotation aux pôles en à peu près 24 h
B) Le plan des oscillations du pendule fait une rotation à l'équateur en à peu près 24 h
C) Le plan des oscillations du pendule tourne dans l'hémisphère nord dans le sens horaire
D) Le plan des oscillations du pendule tourne dans l'hémisphère nord dans le sens anti-horaire

---

29. Un appareil photographique est constitué d'un objectif assimilé à une lentille mince convergente $\mathcal{L}_o$ de centre O et de distance focale $f'_1 = 50\,\mathrm{mm}$, mobile par rapport à un photodétecteur CCD fixé sur le boîtier de l'appareil (Fig. ci-après).



On donne la relation de conjugaison de Descartes, de Newton et le grandissement transversal G_t pour une lentille mince de distance focale image f_i :

$$-\frac{1}{p_o}+\frac{1}{p_i}=\frac{1}{f_i} \qquad \sigma_o\sigma_i = -f_i^2 \qquad G_t = \frac{p_i}{p_o} = -\frac{\sigma_i}{f_i}$$

où p_o et p_i sont les distances algébriques de l'objet et de l'image au centre de la lentille et σ_o et σ_i les distances algébriques de l'objet et de l'image respectivement au foyer principal objet et image de la lentille. Calculer l'amplitude Δ de déplacement de $\mathcal{L}_o$ sachant que l'appareil est aussi bien capable de faire la mise au point sur un paysage (à l'infini) que sur un objet situé à une distance de 55 cm de $\mathcal{L}_o$.

A) $\Delta = 1\,\mathrm{mm}$ B) $\Delta = 5\,\mathrm{mm}$ C) $\Delta = 1\,\mathrm{cm}$ D) $\Delta = 5\,\mathrm{cm}$

30. Quelle est la taille a, sur le photodétecteur, de l'image d'un objet transversal de 1,5 cm de longueur situé à 55 cm de $\mathcal{L}_o$?

A) $a = 0{,}3\,\mathrm{mm}$ B) $a = 1{,}5\,\mathrm{mm}$ C) $a = 3\,\mathrm{mm}$ D) $a = 1\,\mathrm{cm}$

31. À l'aide d'une bague extérieure, on ajoute sur l'objectif (en avant de $\mathcal{L}_o$), une deuxième lentille convergente $\mathcal{L}_b$ de centre O_b et de distance focale $f'_2 = 30\,\mathrm{cm}$. La distance entre $\mathcal{L}_o$ et $\mathcal{L}_b$ est fixe, de valeur $O_bO = 5\,\mathrm{cm}$. À quelle distance minimale d_1 de $\mathcal{L}_b$ peut-on photographier un objet (l'objectif est alors éloigné du photodétecteur à sa distance maximale)?

A) $d_1 \approx 6\,\mathrm{cm}$ B) $d_1 \approx 11\,\mathrm{cm}$ C) $d_1 \approx 19\,\mathrm{cm}$ D) $d_1 \approx 38\,\mathrm{cm}$

32. Quelle est alors, sur le photodétecteur, la taille a_1 de l'image d'un objet transversal de 1,5 cm de longueur?

A) $a_1 \approx 4\,\text{mm}$ B) $a_1 \approx 10\,\text{mm}$ C) $a_1 \approx 19\,\text{mm}$ D) $a_1 \approx 35\,\text{mm}$

33. À quelle distance maximale d_2 de $\mathcal{L}_b$ peut-on photographier un objet (l'objectif est alors à sa distance minimale du photodétecteur)?

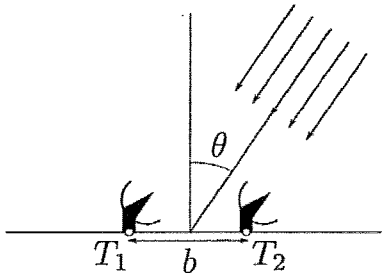
A) $d_2 \approx 20\,\text{cm}$ B) $d_2 \approx 30\,\text{cm}$ C) $d_2 \approx 38\,\text{cm}$ D) $d_2 \approx 55\,\text{cm}$

34. Quelle est alors, sur le photodétecteur, la taille a_2 de l'image d'un objet transversal de 1,5 cm de longueur?

A) $a_2 \approx 0{,}05\,\text{mm}$ B) $a_2 \approx 0{,}10\,\text{mm}$ C) $a_2 \approx 0{,}15\,\text{mm}$ D) $a_2 \approx 2{,}5\,\text{mm}$

---

35. Deux radiotélescopes localisés aux points T_1 et T_2 et distants de $b = T_1T_2 = 6\,\text{km}$ reçoivent, d'une source astronomique supposée ponctuelle, un rayonnement électromagnétique de fréquence $\nu = 1{,}5\,\text{GHz}$ dans une direction qui forme avec la verticale un angle zénithal θ (Fig. ci-après). Le signal reçu en T_2 est retardé artificiellement d'une durée τ_r puis ajouté au signal reçu en T_1 pour former le signal de sortie d'intensité I. On compte positivement les retards de phase et on note $c \approx 3 \times 10^8\,\text{m.s}^{-1}$ la célérité des ondes électromagnétiques dans le vide.



Indiquer la ou les réponse(s) correcte(s).

A) Le rayonnement se situe dans le domaine gamma du spectre électromagnétique

B) Le rayonnement se situe dans le domaine ultraviolet du spectre électromagnétique

C) Le déphasage de l'onde reçue en T_2 par rapport à l'onde reçue en T_1 vaut $2\pi\nu b(\cos\theta)/c$

D) Le déphasage de l'onde reçue en T_2 par rapport à l'onde reçue en T_1 vaut $\pi\nu b(\cos\theta)/c$

36. Quel doit être l'ordre de grandeur de τ_r si $\theta = 30\,°$?

A) $\tau_r \approx 100\,\text{ns}$ B) $\tau_r \approx 200\,\text{ns}$ C) $\tau_r \approx 10\,\mu\text{s}$ D) $\tau_r \approx 200\,\mu\text{s}$

37. L'intensité I_0 de l'onde reçue en T_1 est supposée identique à celle reçue en T_2. On a alors:

$$I = I_1\,(1 + \cos\varphi)$$

où I_1 n'est fonction que de I_0. Exprimer I_1 et φ.

A) $I_1 = \dfrac{I_0}{2}$

B) $I_1 = 2I_0$

C) $\varphi = 2\pi\nu\left(\tau_r - \dfrac{b\cos\theta}{c}\right)$

D) $\varphi = 2\pi\nu\left(\dfrac{b\sin\theta}{c} - \tau_r\right)$

38. Le radiotélescope pointe désormais un nouvel objet astrophysique assimilé à deux sources ponctuelles de mêmes fréquences ν et de mêmes intensités I_0 en T_1 et T_2. Ces sources sont situées dans un plan vertical et sont repérées par leurs angles zénithaux $\theta_1 = \theta_0 + \delta\theta/2$ et $\theta_2 = \theta_0 - \delta\theta/2$, où $\delta\theta \ll 1$. L'intensité en sortie du radiotélescope a alors pour expression:

$$I = 4I_0\,\{1 + \cos(2\pi\nu\tau_1)\cos[2\pi\nu(\tau_2 - \tau_r)]\}$$

où τ_1 et τ_2 sont deux durées.

Tournez la page S.V.P.

Exprimer τ_1 .

A) $\tau_1 = \dfrac{b\delta\theta\cos\theta_0}{2c}$ B) $\tau_1 = \dfrac{b\delta\theta\sin\theta_0}{2c}$ C) $\tau_1 = \dfrac{b\delta\theta\sin\theta_0}{c}$ D) $\tau_1 = \dfrac{b\delta\theta}{2c}$

39. Exprimer τ_2 .

A) $\tau_2 = \dfrac{b\cos\theta_0}{c}$ B) $\tau_2 = \dfrac{b}{c}$ C) $\tau_2 = \dfrac{b\sin\theta_0}{c}$ D) $\tau_2 = \dfrac{b\cos\theta_0}{2c}$

40. La base b du radiotélescope peut varier continûment. On observe alors des variations de l'intensité I. Le contraste s'annule pour $b = b_0$. Exprimer $\delta\theta$ en fonction de b_0, ν et θ_0.

A) $\delta\theta = \dfrac{c}{\nu b_0\cos\theta_0}$ B) $\delta\theta = \dfrac{c}{2\nu b_0\sin\theta_0}$ C) $\delta\theta = \dfrac{c}{2\nu b_0\cos\theta_0}$ D) $\delta\theta = \dfrac{2c}{\nu b_0\sin\theta_0}$

IMPRIMERIE NATIONALE – D'après documents fournis

ENAC
ECOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

Département Admissions et
Vie des Campus

Toulouse, le 25 avril 2015

DE : Anne-Lise BERTRAND	Tél .: +33 (0) 5 62 17 41 83	Fax :+33 (0) 5 62 17 40 79

A : TOUS LES CHEFS DE CENTRE

CONCOURS ICNA 2015

ERRATA

EPREUVE DE :

SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGENIEUR

Page 6 – PARTIE B – 7ème ligne

$$\beta = (\overrightarrow{Z_{18}}, \overrightarrow{Z_{61}})$$

7, avenue Edouard Belin - BP 54005 - 31055 Toulouse Cedex 4
Tél. + 33 (0) 5 62 17 40 00 - Fax + 33 (0) 5 62 17 40 23
www.enac.fr

Etablissement public (EPA) sous tutelle du Ministre chargé des Transports - Direction Générale de l'Aviation Civile.

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE **Session 2015**

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE

◆

Épreuve obligatoire à option de SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR

Durée : 4 heures

Coefficient : 3

Cette épreuve comporte :

1 page de garde
2 pages d'instruction pour remplir le QCM recto/verso
1 page d'avertissements
20 pages de texte/questions recto/verso

L'USAGE DE CALCULATRICES, DE TELEPHONES PORTABLES OU DE DOCUMENTS PERSONNELS N'EST PAS AUTORISE

ÉPREUVE OBLIGATOIRE A OPTION DE SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve de Sciences Industrielles pour l'Ingénieur est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

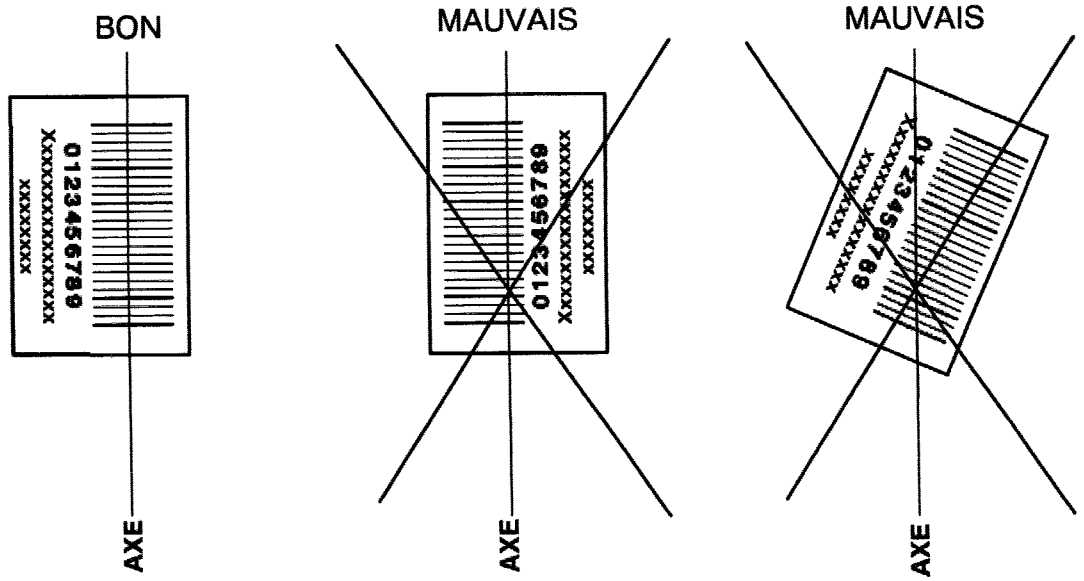
ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, **l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez,** c'est-à-dire « «épreuve obligatoire à option de sciences industrielles pour l'ingénieur ».

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, positionner celle-ci en **position verticale** avec les chiffres d'identification **à gauche** (le trait vertical devant traverser la totalité des barres de ce code).

EXEMPLES :



2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un **STYLO BILLE** ou une **POINTE FEUTRE** de couleur **NOIRE**.

3) Utilisez le sujet comme brouillon (ou les feuilles de brouillons qui vous sont fournies à la demande par la surveillante qui s'occupe de votre rangée) et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.

4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.

5) Cette épreuve comporte 48 questions obligatoires ; certaines de numéros consécutifs, peuvent être liées. La liste de ces questions est donnée sur la page d'avertissements.

Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.

6) A chaque question numérotée entre 01 et 48, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 49 à 100 seront neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.

Pour chaque ligne numérotée de 01 à 48, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

▶ soit vous décidez de ne pas traiter cette question :
la ligne correspondante doit rester vierge.

▶ soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse :
vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.

▶ soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes :
vous devez noircir deux des cases A, B, C, D ***et deux seulement.***

▶ soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne :
vous devez alors noircir la case E.

Attention, toute réponse fausse entraîne pour la question correspondante une pénalité dans la note.

7) **Exemples de réponses**

Question 1 :

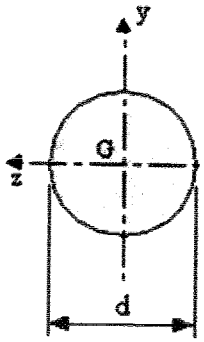
L'expression du **moment par rapport au point A de la force** $\overrightarrow{F}$ appliquée au point M est le vecteur d'origine A défini par la relation :

A) $\overrightarrow{M_A(F)} = \overrightarrow{AM} \wedge \overrightarrow{F}$ B) $\overrightarrow{M_A(F)} = \overrightarrow{MA} \wedge \overrightarrow{F}$

C) $\overrightarrow{M_A(F)} = \overrightarrow{AM} \bullet \overrightarrow{F}$ D) $\overrightarrow{M_A(F)} = \overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{F}$

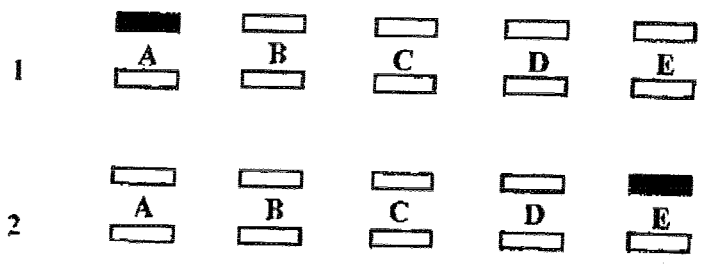
Question 2 :

Le moment polaire exprimé en G de la pièce représentée sur la figure ci-contre est :



A) $I_G = \frac{\pi.d^4}{12}$ B) $I_G = \frac{\pi.d^4}{36}$ C) $I_G = \frac{\pi.d^3}{12}$ D) $I_G = \frac{\pi.d^3}{64}$

Vous cocherez sur la feuille réponse :



AVERTISSEMENTS

Les calculatrices sont interdites pour cette épreuve. Dans certaines questions, les candidats doivent choisir entre plusieurs valeurs numériques. Les valeurs fausses qui sont proposées ont des ordres de grandeur suffisamment différents de la valeur exacte arrondie selon les règles habituelles, afin d'éliminer toute ambigüité dans le choix de la bonne réponse.

Exemple :
Le calcul sera arrondi au plus proche : 11,56 kg $\approx$ 12 kg

Les propositions de réponse sont :

A) 2 kg B) 12 kg C) 18 kg D) 24 kg

QUESTIONS LIEES

Les parties A, B, C et D sont indépendantes.

Les questions liées sont :

1 à 2
10 à 14
15 à 22
23 à 24
25 à 30
35 à 38
39 à 42

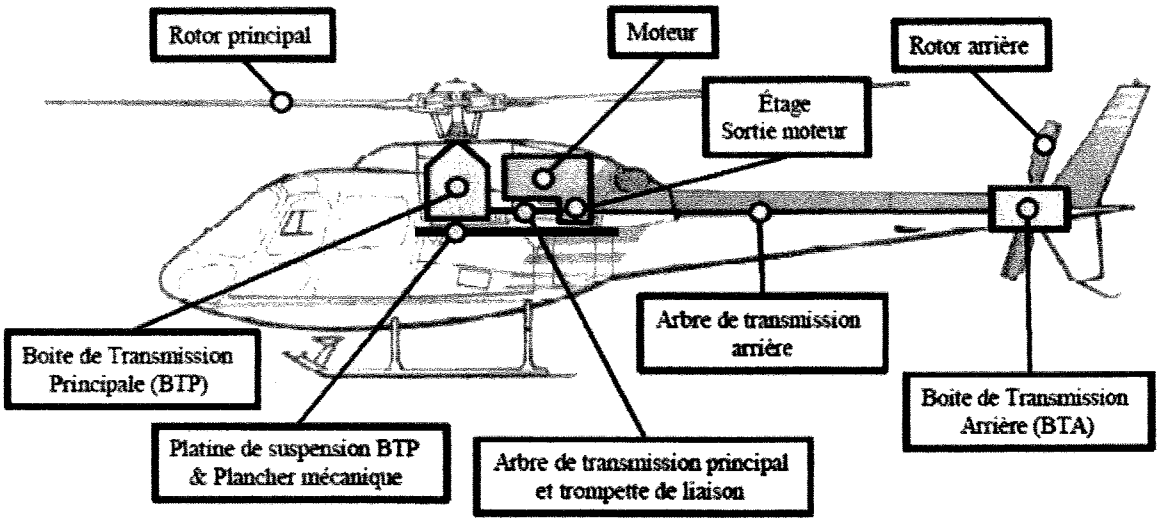
♦

FIN DES CONSIGNES

♦

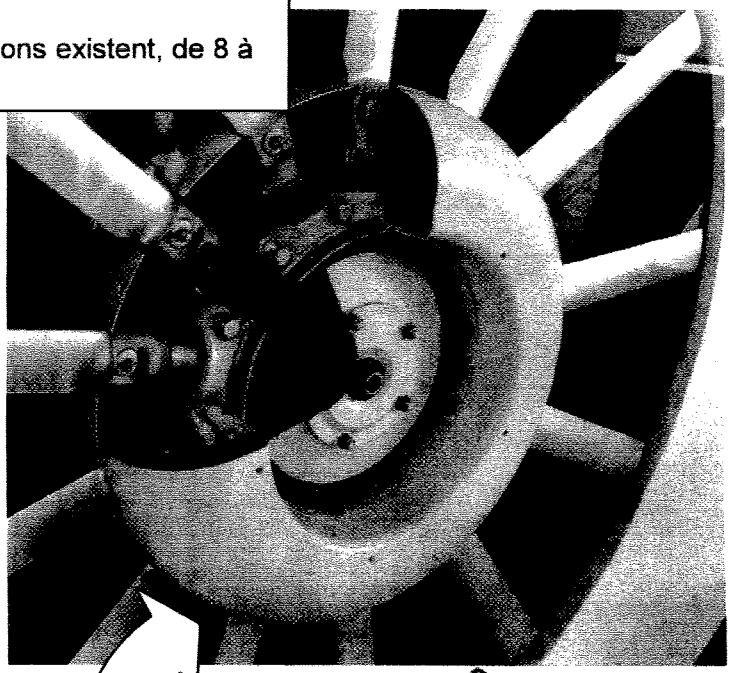
PRESENTATION DE L'ETUDE

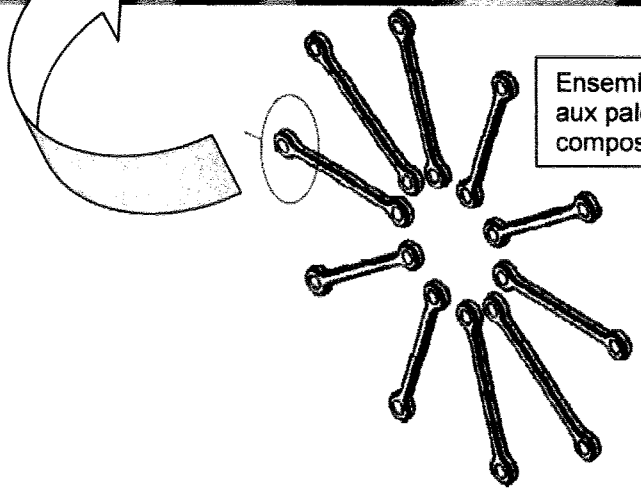
Le sujet du concours portera sur l'étude du rotor arrière d'un hélicoptère.



Photographie du Rotor Arrière

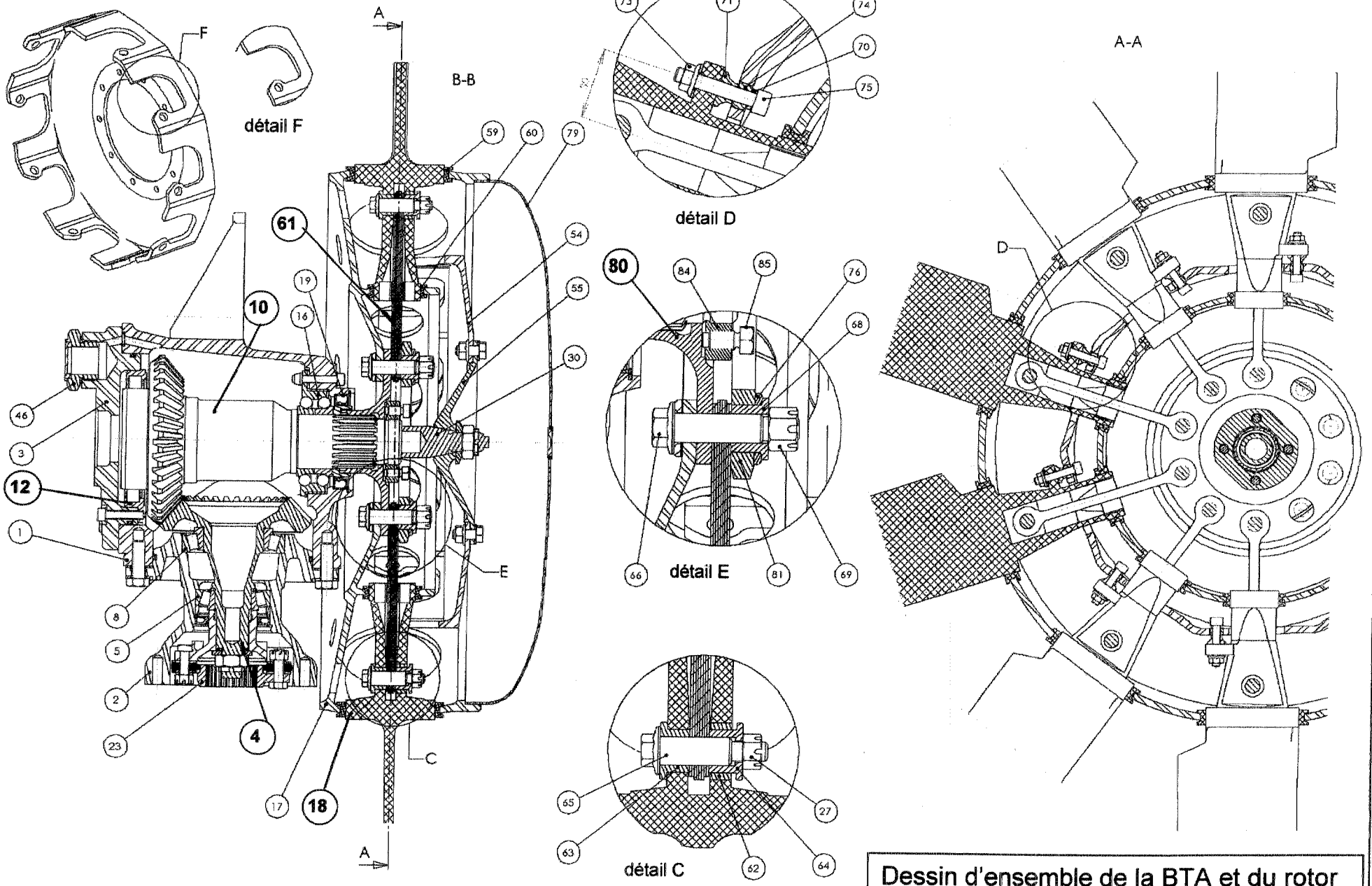
Plusieurs options existent, de 8 à 12 pales.





Ensemble de biellettes reliant le rotor aux pales : Faisceau feuilleté en composite déformable (rep. 61).

54 : Plateau de commande seul



Dessin d'ensemble de la BTA et du rotor arrière type fenestron. Dessin hors Echelle

85	4	Vis de blocage	
84	1	Ecrou	Acier
81	1	Pièce de fixation faisceau	Acier
80	1	Pièce liaison BTA-rotor	Acier
79	1	Carénage	Alliage d'aluminium
76	10	Rondelle	
75	10	Vis	
74	10	Rotule	Acier
73	10	Ecrou	
71	10	Entretoise	Acier
70	10	Rondelle	
69	10	Ecrou	
68	10	Bague d'appui	Acier
66	10	Axe	
65	10	Axe (diamètre 8 mm)	Durinox® (X2NiCrMoTi10-10-5)
64	10	Bague d'appui	
63	10	Bague de guidage et d'appui	
62	10	Bague de guidage	
61	10	Biellette	
60	10	Bague de guidage (toron)	
59	10	Bague de guidage (toron)	
55	1	Pièce de liaison	Acier
54	1	Plateau de commande	Alliage d'aluminium
46	1	Bouchon	
30	1	Axe de commande	Acier
27	10	Ecrou	
23	1	Joint d'accouplement : Flector	
19	1	Joint à lèvre	
18	10	Pale	Composite
17	1	Rotor	Alliage d'aluminium
16	1	Roulement	
12	1	**Roulement (Cf. question partie A)**	
10	1	Arbre de sortie de la BTA (Z = 35)	Acier
8	1	Roulement	
5	1	Roulement	
4	1	Arbre d'entrée de la BTA (Z = 32)	Acier
3	1	Couvercle support de servocommande	Alliage d'aluminium
2	1	Boîtier d'entrée	Alliage d'aluminium
1	1	Carter BTA	Alliage d'aluminium
Repère	**Nbre**	**Désignations**	**Matière**

NOMENCLATURE ROTOR ARRIERE HELICOPTERE

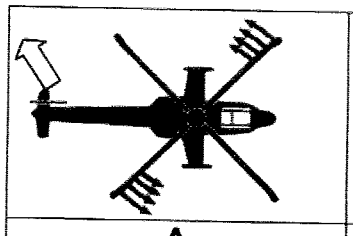
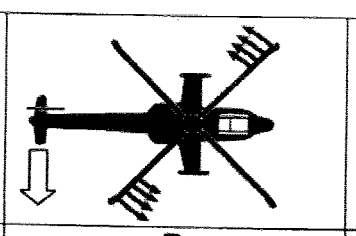
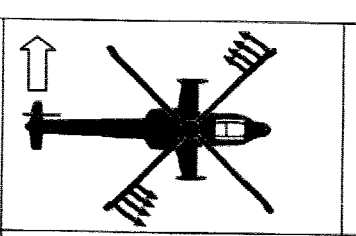
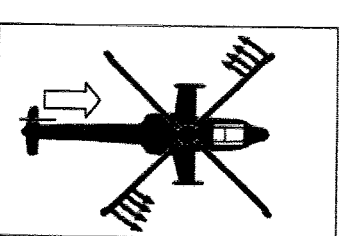
PARTIE A : ANALYSE DU SYSTEME

Un **rotor anti-couple** (ou RAC) est un rotor auxiliaire de petite taille situé à l'arrière d'un hélicoptère et dont le pas des pales est actionné par les pédales d'un palonnier servant à commander les mouvements de la machine autour de l'axe de lacet.

Question 1.
La fonction globale du système (rotor arrière d'un hélicoptère) est :

Augmenter la portance	Créer une force de poussée	Diminuer la traînée latérale	Stabiliser l'aéronef
A	**B**	**C**	**D**

Question 2.
Afin d'assurer un vol à vitesse et altitude constantes et en ligne droite, la force de propulsion exercée par le rotor de queue correspond au cas :

			
A	**B**	**C**	**D**

Seuls les hélicoptères de première catégorie sont équipés de systèmes anti-couple de renversement. Les avions de type monomoteur n'en sont pas équipés mais ce couple de renversement existe néanmoins.
Nous allons donc comparer les intensités de ces couples afin de justifier la nécessité d'employer un rotor anti-couple pour les hélicoptères.

Question 3.
Calculer le couple C induit pour les deux aéronefs suivants :

- Hélicoptère de type écureuil, fréquence du rotor : 350 tr/min, puissance nominale : 600 cv
- Avion type PC6, fréquence de l'hélice : 2000 tr/min, puissance nominale : 700 cv

$C_{Hélico}$ = 1,7 N.m C_{Avion} = 0,3 N.m	$C_{Hélico}$ = 18 10^3 N.m C_{Avion} = 1,4 10^6 N.m	$C_{Hélico}$ = 12 000 N.m C_{Avion} = 2 500 N.m	$C_{Hélico}$ = 1200 N.m C_{Avion} = 250 N.m
A	**B**	**C**	**D**

Question 4.
Sur le dessin d'ensemble, spécifier le type du roulement 12 :

Roulement à rotule à billes à contact radial	Butée à aiguilles	Roulement à rouleaux coniques	Roulement à rouleaux cylindriques sans bague intérieure
A	**B**	**C**	**D**

Question 5.
Dans le cadre de l'assemblage entre les deux carters 1 et 3, l'étanchéité est réalisée par :

Joint à lèvre	Joint torique	Pâte isolante	Etat de surface
A	**B**	**C**	**D**

Question 6.
En construction aéronautique, le blocage en rotation des écrous est assuré par :

Filetage	Freinage	Collage	Soudage
A	**B**	**C**	**D**

Question 7.
Le couple conique (voir dessin d'ensemble pièces 4 et 10) est :

un réducteur constitué d'engrenages droits ou coniques afin d'augmenter le couple de sortie	un accouplement élastique de forme conique entre deux arbres de transmission	un engrenage conique destiné à transmettre un mouvement de rotation entre deux arbres parallèles	un engrenage conique destiné à transmettre un mouvement de rotation entre deux arbres non parallèles
A	**B**	**C**	**D**

Question 8.
La mesure de la fréquence de rotation d'un arbre peut être réalisée :

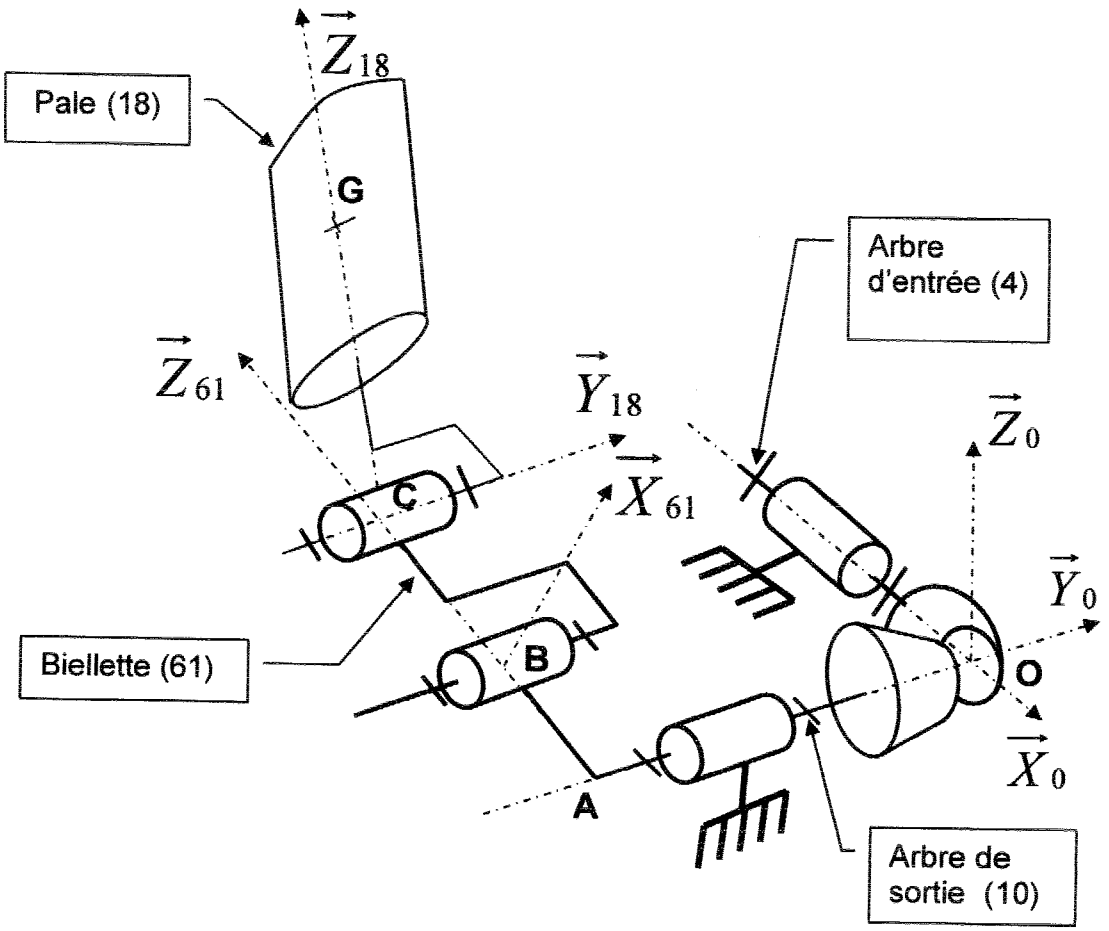
à l'aide de capteurs optiques	à l'aide de capteurs algébriques	à l'aide de capteurs à effet piézoélectrique	à l'aide de capteurs à effet d'induction électromagnétique
A	**B**	**C**	**D**

Question 9.
La mesure du couple transmissible par un arbre en rotation peut être réalisée :

à l'aide de capteurs optiques	à l'aide de capteurs algébriques	à l'aide de capteurs à effet piézoélectrique	à l'aide de capteurs à effet thermique
A	**B**	**C**	**D**

PARTIE B : ETUDE DE LA PUISSANCE MECANIQUE

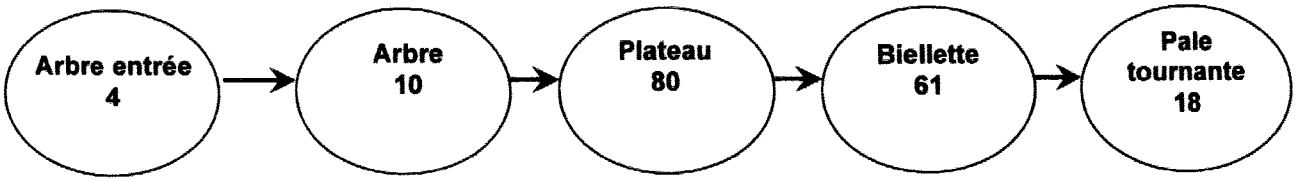
On donne le schéma cinématique en 3D du rotor arrière.



PARAMETRAGE

- Le fuselage de l'hélicoptère est repéré par (**0**) et on lui associe le repère $R_0 = (O, \overrightarrow{X_0}, \overrightarrow{Y_0}, \overrightarrow{Z_0})$
- La fréquence de rotation de l'arbre d'entrée (**4**) est notée $\overrightarrow{\Omega_4} = \omega_4 \overrightarrow{X_0}$
- A l'arbre de sortie (**10**) est associé le repère $R_{10} = (O, \overrightarrow{X_{10}}, \overrightarrow{Y_{10}} = \overrightarrow{Y_0}, \overrightarrow{Z_{10}})$
- La fréquence de sortie de l'arbre d'entrée (**10**) est notée $\overrightarrow{\Omega_{10}} = \omega_{10} \overrightarrow{Y_0}$ **et** $\theta_{10} = (\overrightarrow{X_{10}}, \overrightarrow{X_0})$
- A la biellette (**61**) est associé le repère $R_{61} = (B, \overrightarrow{X_{61}}, \overrightarrow{Y_{61}} = \overrightarrow{Y_{10}}, \overrightarrow{Z_{61}})$
- A la **pale** est associé le repère $R_p = (G, \overrightarrow{X_{18}}, \overrightarrow{Y_{18}}, \overrightarrow{Z_{18}})$
- L'angle de rotation de la pale (**18**) par rapport à la biellette (**61**) : $\beta = (\overrightarrow{Z_{61}}, \overrightarrow{Z_{18}})$ appelé **angle de battement**
- L'angle de rotation de la biellette (**61**) par rapport à l'arbre de sortie (**10**) : $\alpha = (\overrightarrow{X_{61}}, \overrightarrow{X_{10}})$
- Le point **A** est tel que $\overrightarrow{OA} = -\lambda . \overrightarrow{Y_0}$
- Le point **B** est tel que $\overrightarrow{AB} = R . \overrightarrow{Z_{10}}$
- Le point **C** est tel que $\overrightarrow{BC} = H . \overrightarrow{Z_{61}}$
- G est le centre de gravité de la pale tel que $\overrightarrow{CG} = L . \overrightarrow{Z_{18}}$.

Le schéma de circulation de la puissance, de l'entrée vers la sortie du système (en phase de démarrage) est le suivant :



Question 10.
Calculer $R_{10/4}$ le rapport de transmission du train d'engrenages :

$R_{10/4} = 0,9$	$R_{10/4} = 1,1$	$R_{10/4} = 1120$	$R_{10/4} = 91\%$
A	**B**	**C**	**D**

Question 11.
Si l'arbre 4 tourne à (N_4) = 850 tr/mn, calculer la vitesse angulaire de l'arbre de sortie (rep.10) :

$N_{10} = 777$ tr/mn	$N_{10} = 930$ tr/mn	$N_{10} = 777$ rad/s	$N_{10} = 9520$ tr/mn
A	**B**	**C**	**D**

<u>Sous partie 1 : Etude de la puissance en régime continu (N_4 = 850 tr/mn constante)</u>

Le couple fourni par la turbine (C_4) est de 60 N.m.

Question 12.
Calculer la puissance de sortie (P_{10}) avec un rendement global de 92% :

$P_{10} = 51$ kW	$P_{10} = 46$ kW	$P_{10} = 5,1$ kW	$P_{10} = 4,6$ kW
A	**B**	**C**	**D**

Question 13.
Calculer le couple de sortie (C_{10}) disponible afin de mettre en rotation le rotor à fréquence constante :

$C_{10} = 70$ N.m	$C_{10} = 65$ N.m	$C_{10} = 60$ N.m	$C_{10} = 55$ N.m
A	**B**	**C**	**D**

Question 14.
Afin de valider la version du rotor, et à partir du couple de sortie obtenu précédemment, choisir l'option 8, 10 ou 12 pales :

Couple 50 N.m	Couple 55 N.m	Couple 70 N.m	Couple >80 N.m
Option 8 pales	**Option 9 pales**	**Option 10 pales**	**Option 12 pales**
A	**B**	**C**	**D**

Sous partie 2 : Etude de la puissance en régime variable (N_4 n'est plus constante)

Question 15.

Exprimer la fréquence de rotation de la pale $\overrightarrow{\Omega_{18/0}}$

$\overrightarrow{\Omega_{18/0}} = -(\dot{\theta}_{10} + \dot{\alpha} + \dot{\beta})\overrightarrow{Y_0}$	$\overrightarrow{\Omega_{18/0}} = (\dot{\theta}_{10} + \dot{\alpha} + \dot{\beta})\overrightarrow{Y_0}$
A	**B**
$\overrightarrow{\Omega_{18/0}} = (\dot{\theta}_{10} - \dot{\alpha} + \dot{\beta})\overrightarrow{Y_0}$	$\overrightarrow{\Omega_{18/0}} = (\dot{\theta}_{10} - \dot{\alpha} - \dot{\beta})\overrightarrow{Y_0}$
C	**D**

Question 16.

Exprimer la vitesse du centre de gravité de la pale $\overrightarrow{V_{G\in 18/0}}$

$\overrightarrow{V_{G\in 18/0}} = R\dot{\theta}_{10}\overrightarrow{X_{10}} + H(\dot{\theta}_{10} - \dot{\alpha})\overrightarrow{X_{61}} + L(\dot{\theta}_{10} - \dot{\alpha} + \dot{\beta})\overrightarrow{X_{18}}$
A
$\overrightarrow{V_{G\in 18/0}} = R\dot{\theta}_{10}\overrightarrow{X_{10}} + H(\dot{\theta}_{10} - \dot{\alpha})\overrightarrow{X_{61}} + L(\dot{\theta}_{10} - \dot{\alpha} - \dot{\beta})\overrightarrow{X_{18}}$
B
$\overrightarrow{V_{G\in 18/0}} = R\dot{\theta}_{10}\overrightarrow{X_{10}} + H(\dot{\theta}_{10} + \dot{\alpha})\overrightarrow{X_{61}} + L(\dot{\theta}_{10} + \dot{\alpha} + \dot{\beta})\overrightarrow{X_{18}}$
C
$\overrightarrow{V_{G\in 18/0}} = -R\dot{\theta}_{10}\overrightarrow{X_{10}} - H(\dot{\theta}_{10} + \dot{\alpha})\overrightarrow{X_{61}} - L(\dot{\theta}_{10} + \dot{\alpha} + \dot{\beta})\overrightarrow{X_{18}}$
D

Question 17.

Exprimer l'accélération du centre de gravité de la pale $\overrightarrow{\Gamma_{G\in 18/0}}$

$\overrightarrow{\Gamma_{G\in 18/0}} = R\ddot{\theta}_{10}\overrightarrow{X_{10}} - R\dot{\theta}_{10}^2\overrightarrow{Z_{10}} + H(\ddot{\theta}_{10} + \ddot{\alpha})\overrightarrow{X_{61}} - H(\dot{\theta}_{10} + \dot{\alpha})^2\overrightarrow{Z_{61}} + L(\ddot{\theta}_{10} + \ddot{\alpha} + \ddot{\beta})\overrightarrow{X_{18}} - L(\dot{\theta}_{10} + \dot{\alpha} + \dot{\beta})^2\overrightarrow{Z_{18}}$
A
$\overrightarrow{\Gamma_{G\in 18/0}} = R\ddot{\theta}_{10}\overrightarrow{X_{10}} + R\dot{\theta}_{10}^2\overrightarrow{Z_{10}} + H(\ddot{\theta}_{10} + \ddot{\alpha})\overrightarrow{X_{61}} + H(\dot{\theta}_{10} + \dot{\alpha})^2\overrightarrow{Z_{61}} + L(\ddot{\theta}_{10} + \ddot{\alpha} + \ddot{\beta})\overrightarrow{X_{18}} + L(\dot{\theta}_{10} + \dot{\alpha} + \dot{\beta})^2\overrightarrow{Z_{18}}$
B
$\overrightarrow{\Gamma_{G\in 18/0}} = R\ddot{\theta}_{10}\overrightarrow{X_{10}} - R\dot{\theta}_{10}^2\overrightarrow{Z_{10}} + H(\ddot{\theta}_{10} - \ddot{\alpha})\overrightarrow{X_{61}} - H(\dot{\theta}_{10} - \dot{\alpha})^2\overrightarrow{Z_{61}} + L(\ddot{\theta}_{10} - \ddot{\alpha} + \ddot{\beta})\overrightarrow{X_{18}} - L(\dot{\theta}_{10} - \dot{\alpha} + \dot{\beta})^2\overrightarrow{Z_{18}}$
C
$\overrightarrow{\Gamma_{G\in 18/0}} = R\ddot{\theta}_{10}\overrightarrow{X_{10}} - R\dot{\theta}_{10}^2\overrightarrow{Z_{10}} + H(\ddot{\theta}_{10} - \ddot{\alpha})\overrightarrow{X_{61}} - H(\dot{\theta}_{10} - \dot{\alpha})^2\overrightarrow{Z_{61}} + L(\ddot{\theta}_{10} - \ddot{\alpha} - \ddot{\beta})\overrightarrow{X_{18}} - L(\dot{\theta}_{10} - \dot{\alpha} - \dot{\beta})^2\overrightarrow{Z_{18}}$
D

Question 18.

Pour la suite des calculs, on suppose que l'angle α est constant dans le temps et vous prendrez $\alpha = 0$. On néglige aussi les accélérations de battement mais pas la vitesse de battement.

Simplifier l'expression de l'accélération du centre de gravité de la pale $\overrightarrow{\Gamma_{G\in 18/0}}$

$\overrightarrow{\Gamma_{G\in 18/0}} = \ddot{\theta}_{10}(R\overrightarrow{X_{10}} + H\overrightarrow{X_{61}} + L\overrightarrow{X_{18}}) + \dot{\theta}_{10}^2(R\overrightarrow{Z_{10}} + H\overrightarrow{Z_{61}} + L\overrightarrow{Z_{18}}) + L\dot{\theta}_{10}\dot{\beta}\overrightarrow{Z_{18}}$
A
$\overrightarrow{\Gamma_{G\in 18/0}} = \ddot{\theta}_{10}(R\overrightarrow{X_{10}} + H\overrightarrow{X_{61}} + L\overrightarrow{X_{18}}) + \dot{\theta}_{10}^2(R\overrightarrow{Z_{10}} + H\overrightarrow{Z_{61}} + L\overrightarrow{Z_{18}}) + L(\dot{\theta}_{10}\dot{\beta} + \dot{\beta}^2)\overrightarrow{Z_{18}}$
B
$\overrightarrow{\Gamma_{G\in 18/0}} = -\ddot{\theta}_{10}(R\overrightarrow{X_{10}} + H\overrightarrow{X_{61}} + L\overrightarrow{X_{18}}) + \dot{\theta}_{10}^2(R\overrightarrow{Z_{10}} + H\overrightarrow{Z_{61}} + L\overrightarrow{Z_{18}})$
C
$\overrightarrow{\Gamma_{G\in 18/0}} = \ddot{\theta}_{10}(R\overrightarrow{X_{10}} + H\overrightarrow{X_{61}} + L\overrightarrow{X_{18}}) - \dot{\theta}_{10}^2(R\overrightarrow{Z_{10}} + H\overrightarrow{Z_{61}} + L\overrightarrow{Z_{18}}) - L(2\dot{\theta}_{10}\dot{\beta} + \dot{\beta}^2)\overrightarrow{Z_{18}}$
D

Question 19.

Exprimer l'expression de l'accélération du centre de gravité de la pale $\overrightarrow{\Gamma_{G\in 18/0}}$ dans la base $B_0 = (\overrightarrow{X_0}, \overrightarrow{Y_0}, \overrightarrow{Z_0})$

$\overrightarrow{\Gamma_{G\in 18/0}} = \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_{10}[R + H\cos\theta_{10} + L\cos(\theta_{10} + \beta)] + \dot{\theta}_{10}^2[R + H\sin\theta_{10} + L\sin(\theta_{10} + \beta)] + 2L\dot{\theta}_{10}\dot{\beta}\sin(\theta_{10} + \beta) \\ 0 \\ \ddot{\theta}_{10}[R + H\sin\theta_{10} + L\sin(\theta_{10} + \beta)] - \dot{\theta}_{10}^2[R + H\cos\theta_{10} + L\cos(\theta_{10} + \beta)] - 2L\dot{\theta}_{10}\dot{\beta}\cos(\theta_{10} + \beta) \end{pmatrix}$
A
$\overrightarrow{\Gamma_{G\in 18/0}} = \begin{pmatrix} -\ddot{\theta}_{10}[R + H\cos\theta_{10} + L\cos(\theta_{10} + \beta)] - \dot{\theta}_{10}^2[R + H\sin\theta_{10} + L\sin(\theta_{10} + \beta)] - L(2\dot{\theta}_{10}\dot{\beta} + \dot{\beta}^2)\sin(\theta_{10} + \beta) \\ 0 \\ -\ddot{\theta}_{10}[R + H\sin\theta_{10} + L\sin(\theta_{10} + \beta)] + \dot{\theta}_{10}^2[R + H\cos\theta_{10} + L\cos(\theta_{10} + \beta)] + L(2\dot{\theta}_{10}\dot{\beta} + \dot{\beta}^2)\cos(\theta_{10} + \beta) \end{pmatrix}$
B
$\overrightarrow{\Gamma_{G\in 18/0}} = \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_{10}[(R + H)\cos\theta_{10} + L\cos(\theta_{10} + \beta)] + \dot{\theta}_{10}^2[(R + H)\sin\theta_{10} + L\sin(\theta_{10} + \beta)] + L(2\dot{\theta}_{10}\dot{\beta} + \dot{\beta}^2)\sin(\theta_{10} + \beta) \\ 0 \\ \ddot{\theta}_{10}[(R + H)\sin\theta_{10} + L\sin(\theta_{10} + \beta)] - \dot{\theta}_{10}^2[(R + H)\cos\theta_{10} + L\cos(\theta_{10} + \beta)] - L(2\dot{\theta}_{10}\dot{\beta} + \dot{\beta}^2)\cos(\theta_{10} + \beta) \end{pmatrix}$
C
$\overrightarrow{\Gamma_{G\in 18/0}} = \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_{10}[R + H\cos\theta_{10} + L\cos(\theta_{10} + \beta)] + \dot{\theta}_{10}^2[R + H\sin\theta_{10} + L\sin(\theta_{10} + \beta)]) \\ 0 \\ \ddot{\theta}_{10}[R + H\sin\theta_{10} + L\sin(\theta_{10} + \beta)] - \dot{\theta}_{10}^2[R + H\cos\theta_{10} + L\cos(\theta_{10} + \beta)] \end{pmatrix}$
D

Question 20.
Quel(s) paramètre(s) peut-on modifier afin de limiter l'influence du battement dans l'expression de l'accélération du centre de gravité de la pale ?

$\dot{\beta}=0$ et pale la plus courte possible	$\dot{\beta}=0$ ou pale la plus courte possible	$\dot{\beta}=0$ ou $\theta_{10}=-\beta$ ou pale la plus courte possible	$\dot{\beta}=0$ ou $\theta_{10}+\beta=\pi/2$ ou pale la plus courte possible
A	**B**	**C**	**D**

Pour la suite de l'étude, on négligera aussi la vitesse de battement et on supposera la longueur de la biellette (61) négligeable devant les autres dimensions.

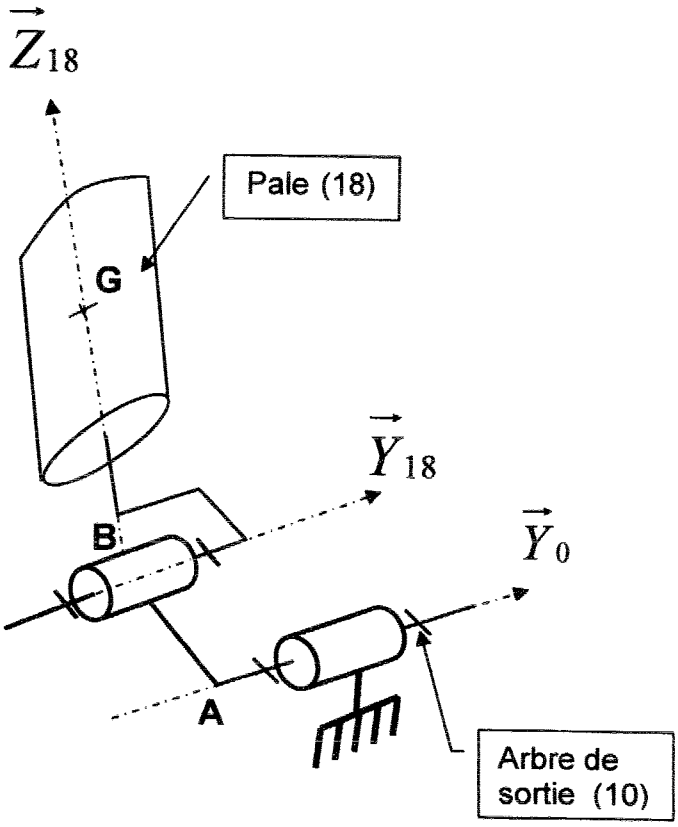
On utilisera alors l'expression suivante :

$$\overrightarrow{\Gamma_{G\in 18/0}}=\ddot{\theta}_{10}(R\overrightarrow{X_{10}}+L\overrightarrow{X_{18}})-\dot{\theta}_{10}^2(R\overrightarrow{Z_{10}}+L\vec{Z}_{18})$$

Le modèle simplifié est donné ci-contre.
On se placera dans le cas où $\theta_{10}=0$

L'inertie de l'ensemble des pales et du rotor ramené sur l'axe $(A,\overrightarrow{Y_0})$ est noté I_A et a pour valeur I_A = 12 kg.m².

L'accélération angulaire au démarrage est limitée à 10 rad/s² sur l'arbre de sortie (10). La phase de démarrage dure 60 secondes.



Question 21.
Calculer avec ces hypothèses le couple C à exercer sur l'arbre (10).

C = 60 N.m	C = 1200 N.m	C = 600 N.m	C = 120 N.m
A	**B**	**C**	**D**

Question 22.
La puissance au décollage fournie par la turbine est de 376 kW. En phase de démarrage, cette puissance est-elle suffisante ?

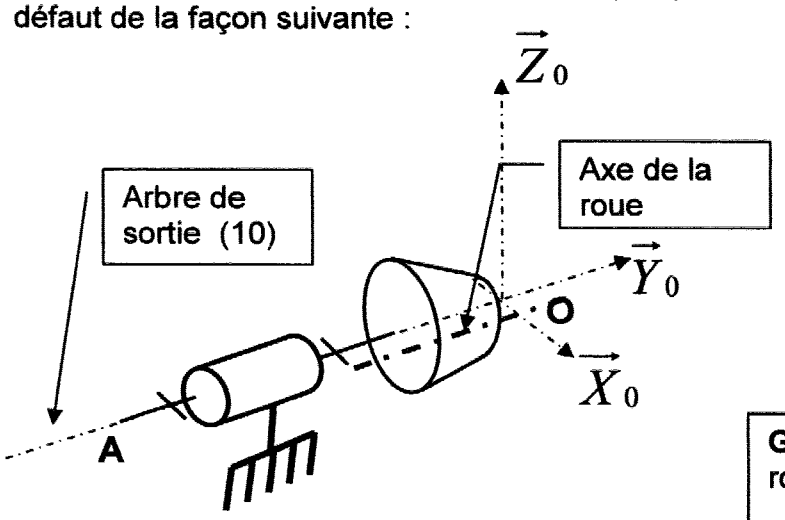
$P_{nécessaire}$ < **376 kW**	$P_{nécessaire}$ > **376 kW**	$P_{nécessaire}$ = **376 kW**	Impossible à calculer avec les données fournies
A	**B**	**C**	**D**

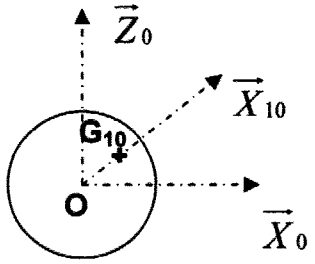
PARTIE C : ETUDE DE L'EQUILIBRAGE ET DES DEFAUTS D'ALIGNEMENT D'UN ARBRE DE TRANSMISSION

Une opération de maintenance préventive par contrôle non destructif (CND) sur le rotor arrière a révélé une usure prématurée du guidage en rotation de l'arbre de sortie (10). Cette opération de CND qui correspond à une analyse vibratoire permet de détecter :

- les défauts de roulement : écaillage ou déversement de bague du roulement,
- l'importance du balourd (mauvais équilibrage de l'axe).

La réalisation de l'arbre (10) est obtenue par le montage d'une roue conique standard sur un arbre épaulé. L'encastrement des deux pièces n'est pas toujours optimal car l'axe de l'arbre et l'axe de la roue peuvent être décalés de quelques centièmes de millimètres. On modélisera ce défaut de la façon suivante :





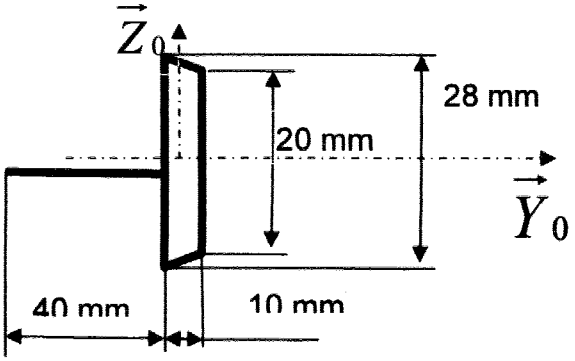
G_{10} est le centre d'inertie de la roue conique (10).

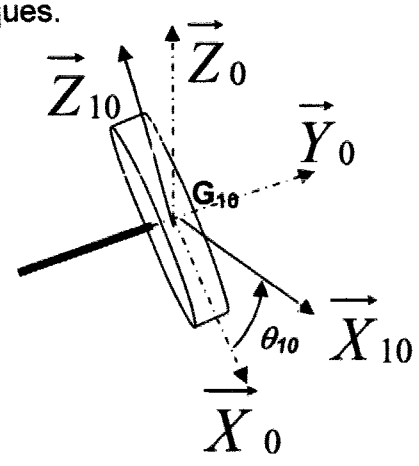
$$\overrightarrow{OG_{10}} = a.\overrightarrow{X_{10}} + b\overrightarrow{Y_0}$$

L'objectif des calculs dans cette partie est de relier les efforts dans la liaison pivot avec un défaut d'alignement des axes.

Le modèle retenu pour l'arbre (10) sera le suivant :

- La roue conique est associé à un cône tronqué plein de largeur 10 mm, de diamètre de base 28 mm et de diamètre de tête 20 mm ;
- L'arbre est associé à un cylindre creux de diamètre extérieur d = 4 mm et de longueur L=40 mm ;
- Les matériaux de l'arbre et de l'engrenage sont identiques.





PARAMETRAGE

- A l'arbre de sortie (**10**) est associé le repère $R_{10} = (O, \overrightarrow{X_{10}}, \overrightarrow{Y_{10}} = \overrightarrow{Y_0}, \overrightarrow{Z_{10}})$
- La fréquence de sortie de l'arbre d'entrée (**10**) est notée $\overrightarrow{\Omega_{10}} = \omega_{10}\overrightarrow{Y_0}$ **et** $\theta_{10} = (\overrightarrow{X_{10}}, \overrightarrow{X_0})$

On **négligera la masse** de l'arbre devant celle de la roue conique. Soit ***m***, la masse de la roue conique.

On posera dans un premier temps la matrice d'inertie associé à l'ensemble (10) - l'arbre plus la roue conique - de la forme générale :

$$[I_{10}] = \begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix}_{O}^{(\overrightarrow{X_{10}}, \overrightarrow{Y_0}, \overrightarrow{Z_{10}})}$$ Elle est exprimée au point O.

Le contact de denture extérieur exerce sur la roue conique (10) des actions mécaniques modélisées par le torseur :

$$\{\tau_{(4\to10)}\} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{R}_{(4\to10)} = X_{41}\overrightarrow{X_{10}} + Y_{41}\overrightarrow{Y_{10}} + Z_{41}\overrightarrow{Z_{10}} \\ \overrightarrow{M_O}_{(4\to10)} = \vec{0} \end{Bmatrix}_{O}^{(\overrightarrow{X_{10}}, \overrightarrow{Y_0}, \overrightarrow{Z_{10}})}$$ **Ces actions sont connues.**

La liaison pivot exerce également une action qui se modélise dans le cas d'une liaison parfaite par le torseur suivant :

$$\{\tau_{(0\to10)}\} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{R}_{(0\to10)} = X_{01}\overrightarrow{X_{10}} + Y_{01}\overrightarrow{Y_{10}} + Z_{01}\overrightarrow{Z_{10}} \\ \overrightarrow{M_O}_{(0\to10)} = L_{01}\overrightarrow{X_{10}} + N_{01}\overrightarrow{Z_{10}} \end{Bmatrix}_{O}^{(\overrightarrow{X_{10}}, \overrightarrow{Y_0}, \overrightarrow{Z_{10}})}$$ **Ces actions sont inconnues.**

Afin de déterminer ces inconnues de liaison, on applique donc le **Principe Fondamental de la Dynamique** au solide (10) dans son mouvement par rapport à R_0. Il faut donc déterminer le torseur dynamique : $\{D_{(10)/R0}\} = \begin{Bmatrix} m\overrightarrow{\Gamma_{G_{10}/R0}} \\ \overrightarrow{\delta_O}_{,(10)/R0} \end{Bmatrix}_{O}$

Question 23.

Calculer l'accélération du point G_{10} : $\overrightarrow{\Gamma_{G_{10}/R0}}$

$-a.\omega_{10}^2\overrightarrow{X_{10}} + a.\dot{\omega}_{10}\overrightarrow{Y_{10}}$	$a.\omega_{10}^2\overrightarrow{X_{10}} - a.\dot{\omega}_{10}\overrightarrow{Y_{10}}$	$a.\omega_{10}^2\overrightarrow{Y_{10}} + a.\dot{\omega}_{10}\overrightarrow{Z_{10}}$	$-a.\omega_{10}\overrightarrow{X_{10}} + a.\dot{\omega}_{10}\overrightarrow{Y_{10}}$
A	**B**	**C**	**D**

Question 24.

En déduire les équations des efforts dans la liaison pivot :

$\begin{cases} ma.\omega_{10}^2 = X_{41} + X_{01} \\ -ma.\dot{\omega}_{10} = Y_{01} + Y_{41} \\ 0 = Z_{41} + Z_{01} \end{cases}$	$\begin{cases} -ma.\omega_{10}^2 = X_{41} + X_{01} \\ ma.\dot{\omega}_{10} = Y_{01} + Y_{41} \\ 0 = Z_{41} + Z_{01} \end{cases}$	$\begin{cases} 0 = X_{41} + X_{01} \\ ma.\omega_{10}^2 = Y_{01} + Y_{41} \\ ma.\dot{\omega}_{10} = Z_{41} + Z_{01} \end{cases}$	$\begin{cases} -ma.\omega_{10} = X_{41} + X_{01} \\ ma.\dot{\omega}_{10} = Y_{01} + Y_{41} \\ 0 = Z_{41} + Z_{01} \end{cases}$
A	**B**	**C**	**D**

Question 25.

Calculer le moment cinétique $\overrightarrow{\sigma_{O,(10)/R0}}$

$\overrightarrow{\sigma_{O,(10)/R0}} = -F\dot{\omega}_{10}\overrightarrow{X_{10}} + B\omega_{10}\overrightarrow{Y_0} + C\omega_{10}\overrightarrow{Z_{10}}$	$\overrightarrow{\sigma_{O,(10)/R0}} = -F\omega_{10}\overrightarrow{X_0} + B\omega_{10}\overrightarrow{Y_0} + C\omega_{10}\overrightarrow{Z_0}$
A	**B**
$\overrightarrow{\sigma_{O,(10)/R0}} = -F\omega_{10}\overrightarrow{X_{10}} + B\omega_{10}\overrightarrow{Y_0} + C\omega_{10}\overrightarrow{Z_{10}}$	$\overrightarrow{\sigma_{O,(10)/R0}} = (-F\omega_{10} + B\omega_{10} + C\omega_{10})\overrightarrow{Y_0}$
C	**D**

Question 26.

Calculer le moment dynamique $\overrightarrow{\delta_{O,(10)/R0}}$

$\overrightarrow{\delta_{O,(10)/R0}} = C\omega^2{}_{10}\overrightarrow{X_{10}} + B\dot{\omega}_{10}\overrightarrow{Y_0} + F\omega^2{}_{10}\overrightarrow{Z_{10}}$
A
$\overrightarrow{\delta_{O,(10)/R0}} = (-F\dot{\omega}_{10} + C\omega^2{}_{10})\overrightarrow{X_0} + B\dot{\omega}_{10}\overrightarrow{Y_0} + (C\dot{\omega}_{10} + F\omega^2{}_{10})\overrightarrow{Z_0}$
B
$\overrightarrow{\delta_{O,(10)/R0}} = (C\dot{\omega}_{10} - F\omega^2{}_{10})\overrightarrow{X_{10}} + B\dot{\omega}_{10}\overrightarrow{Y_0} + (F\dot{\omega}_{10} - C\omega^2{}_{10})\overrightarrow{Z_{10}}$
C
$\overrightarrow{\delta_{O,(10)/R0}} = (-F\dot{\omega}_{10} + C\omega^2{}_{10})\overrightarrow{X_{10}} + B\dot{\omega}_{10}\overrightarrow{Y_0} + (C\dot{\omega}_{10} + F\omega^2{}_{10})\overrightarrow{Z_{10}}$
D

Question 27.

En déduire les équations des moments dans la liaison pivot.

$F\dot{\omega}_{10} - C\omega^2{}_{10} = L_{01}$ $B\dot{\omega}_{10} = 0$ $C\dot{\omega}_{10} - F\omega^2{}_{10} = N_{01}$	$C\omega^2{}_{10} = L_{01}$ $B\dot{\omega}_{10} = 0$ $F\omega^2{}_{10} = N_{01}$	$-F\dot{\omega}_{10} + C\omega^2{}_{10} = L_{01}$ $B\dot{\omega}_{10} = 0$ $C\dot{\omega}_{10} + F\omega^2{}_{10} = N_{01}$	$C\dot{\omega}_{10} - F\omega^2{}_{10} = L_{01}$ $B\dot{\omega}_{10} = 0$ $F\dot{\omega}_{10} - C\omega^2{}_{10} = N_{01}$
A	**B**	**C**	**D**

Question 28.

Afin d'éviter les vibrations, il faut rendre les actions mécaniques dans la liaison aussi constante que possible, et en particulier qu'elles soient indépendantes de :

$\dot{\omega}_{10}$	ω_{10} et $\dot{\omega}_{10}$	ω_{10}	Coefficient F
A	**B**	**C**	**D**

Question 29.

En régime continu, indiquer sur quel terme de la matrice d'inertie il faut agir afin de diminuer les moments autour des axes $\overrightarrow{X_{10}}, \overrightarrow{Y_{10}}, \overrightarrow{Z_{10}}$

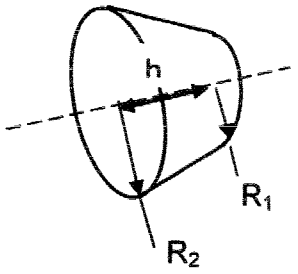
C et F	B, C et F	D, E et F	D et F
A	**B**	**C**	**D**

Question 30.
Indiquer, afin d'éliminer les vibrations, les actions à réaliser sur les valeurs de décalage a ou b.

a = 0	a = 0 et b = 0	a = - b	b = 0
A	**B**	**C**	**D**

Calculs de la matrice d'inertie associée à la roue conique
La roue est en acier de masse volumique 7800 kg/m^3 à 20 °C.
Pour un cône tronqué, le calcul du volume est donné par la relation suivante :

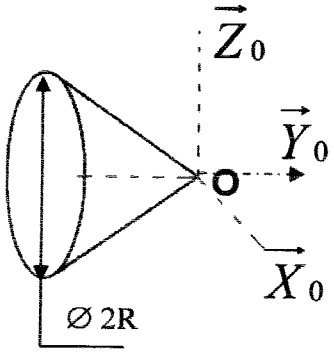
$$V = \frac{\pi R_1^2 h}{3}[1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2^2}{R_1^2}]$$



Question 31.
Calculer la masse M de la roue conique.

M = 0,01	M = 0,04	M = 0,4	M = 4
A	**B**	**C**	**D**

Question 32.
Déterminer l'allure de la matrice [I1] du cône plein de masse M, de hauteur H et de rayon R exprimée au point O.



$[I1] = M\begin{bmatrix} \frac{4H^2}{20} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4H^2}{20} & \frac{-H^2}{5} \\ 0 & \frac{-H^2}{5} & \frac{R^2}{10} \end{bmatrix}_{(\vec{X_0},\vec{Y_0},\vec{Z_0})}$	$[I1] = M\begin{bmatrix} 3\frac{R^2+4H^2}{20} & 0 & 0 \\ 0 & 3\frac{R^2+4H^2}{20} & 0 \\ 0 & 0 & 3\frac{R^2}{10} \end{bmatrix}_{(\vec{X_0},\vec{Y_0},\vec{Z_0})}$
A	**B**
$[I1] = M\begin{bmatrix} 3\frac{R^2+4H^2}{20} & \frac{-H^2}{5} & 0 \\ \frac{-H^2}{5} & 3\frac{R^2}{10} & 0 \\ 0 & 0 & 3\frac{R^2+4H^2}{20} \end{bmatrix}_{(\vec{X_0},\vec{Y_0},\vec{Z_0})}$	$[I1] = M\begin{bmatrix} 3\frac{R^2+4H^2}{10} & 0 & \frac{-R^2}{10} \\ 0 & 3\frac{R^2+4H^2}{10} & 0 \\ \frac{-R^2}{10} & 0 & 3\frac{R^2}{10} \end{bmatrix}_{(\vec{X_0},\vec{Y_0},\vec{Z_0})}$
C	**D**

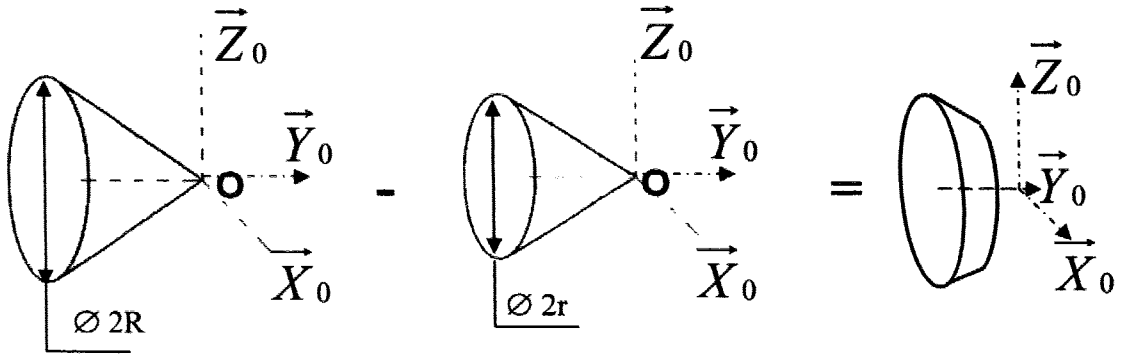
Question 33.
Déterminer la position du centre d'inertie du cône.

$Y_G = \frac{H}{4}$	$Y_G = \frac{2}{3}H$	$Y_G = \frac{3}{4}H$	$Y_G = \frac{5}{8}H$
A	**B**	**C**	**D**

Question 34.
En déduire la matrice [I1] du cône plein de masse M, de hauteur H et de rayon R exprimée au point G, centre d'inertie.

$M\begin{bmatrix} \frac{3}{2}\frac{R^2+4H^2}{20} & \frac{-H^2}{5} & 0 \\ \frac{-H^2}{5} & \frac{3}{2}\frac{R^2}{10} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{2}\frac{R^2+4H^2}{20} \end{bmatrix}_{(\vec{X_0},\vec{Y_0},\vec{Z_0})}$	$3M\begin{bmatrix} \frac{R^2+H^2}{10} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{R^2+H^2}{10}+\frac{5}{8}H^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{R^2}{10} \end{bmatrix}_{(\vec{X_0},\vec{Y_0},\vec{Z_0})}$
A	**B**
$3M\begin{bmatrix} \frac{R^2+H^2/4}{20} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{R^2+H^2/4}{20} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{R^2}{10} \end{bmatrix}_{(\vec{X_0},\vec{Y_0},\vec{Z_0})}$	$3M\begin{bmatrix} \frac{R^2+H^2/16}{20} & -H^2/16 & 0 \\ -H^2/16 & \frac{R^2}{10} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{R^2+H^2/16}{20} \end{bmatrix}_{(\vec{X_0},\vec{Y_0},\vec{Z_0})}$
C	**D**

On remarquera que le calcul de la matrice de la roue conique peut être obtenu de la façon suivante :



Pour la suite des calculs, on prendra la matrice d'inertie simplifiée suivante :

- masse de la roue conique ***m*** **=100 g**.
- matrice d'inertie $[I_{10}] = {}_{G10}\begin{bmatrix} 1{,}63 & 0 & 0 \\ 0 & 1{,}63 & 0 \\ 0 & 0 & 2{,}68 \end{bmatrix}_{(\vec{X_{10}},\vec{Y_0},\vec{Z_{10}})}$ Les termes sont exprimés en kg.mm²

On donne le torseur représentant les efforts au contact de denture extérieur (les valeurs sont exprimées en Newton) :

$$\{\tau_{(4\to10)}\}=\begin{Bmatrix}\vec{R}_{(4\to10)}=5000.\overrightarrow{X_{10}}-1500.\overrightarrow{Y_{10}}+3200.\overrightarrow{Z_{10}}\\ \overrightarrow{M_O}_{(4\to10)}=\vec{0}\end{Bmatrix}_{(\overrightarrow{X_{10}},\overrightarrow{Y_0},\overrightarrow{Z_{10}})}$$

On supposera que l'arbre (10) tourne en **régime continu** à la fréquence fixe de 800 tr/min et que le centre d'inertie de la roue conique est tel que : $\overrightarrow{OG_{10}}=10^{-4}.\overrightarrow{X_{10}}+10^{-3}\overrightarrow{Y_0}$.

On se place dans le repère barycentrique de la roue conique $(G_{10},\overrightarrow{X_{10}},\overrightarrow{Y_{10}}=\overrightarrow{Y_0},\overrightarrow{Z_{10}})$.

Question 35.
Calculer l'effort de vibration induit par l'erreur de montage de la roue conique sur l'arbre.

$8.10^{-4}\,N$	$8.10^{-1}\,N$	$8.10^{1}\,N$	$8.10^{4}\,N$
A	**B**	**C**	**D**

On considère que l'effort de vibration induit par l'erreur de montage de la roue conique sur l'arbre devient critique quand celui atteint 1% de la valeur de l'effort extérieur appliqué.

Question 36.
En déduire le défaut maximal de positionnement sur le montage. Rappel : $\overrightarrow{OG_{10}}=a.\overrightarrow{X_{10}}+b\overrightarrow{Y_0}$

$a=62$ µm	$a=62$ m	$a=62$ mm	$a=62$ cm
A	**B**	**C**	**D**

Question 37.
Calculer les composantes du moment $\overrightarrow{M_{G_{10}}}_{(4\to10)}$ sur $\overrightarrow{X_{10}}$ (Mf) et sur $\overrightarrow{Y_0}$ (Mt) pour la roue conique en régime continu à la fréquence fixe de 800 tr/min avec $\overrightarrow{OG_{10}}=10^{-4}.\overrightarrow{X_{10}}+10^{-3}\overrightarrow{Y_0}$ et la masse de la roue conique m=100 g.

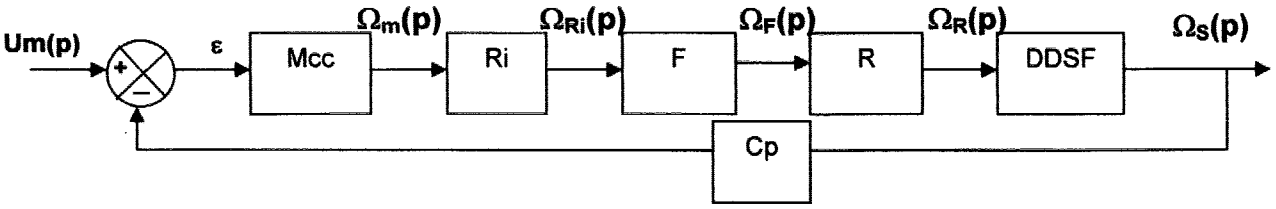
Mf = 2 N.m Mt = 0 N.m	Mf = 200 N.m Mt = 100 N.m	Mf = 0,02 N.m Mt = 0 N.m	Mf = 2 N.m Mt = 150 N.m
A	**B**	**C**	**D**

Question 38.
Conclure sur les efforts et moments créés par les défauts d'alignement de l'arbre et de la roue conique sur la liaison pivot en régime continu.

Les efforts sont importants mais les moments sont négligeables	Les efforts sont négligeables mais les moments sont importants	Les efforts et les moments sont importants	Les efforts et les moments sont négligeables
A	**B**	**C**	**D**

PARTIE D : ETUDE DE L'ASSERVISSEMENT, EN PILOTAGE AUTOMATIQUE, DU ROTOR ANTI-COUPLE D'UN HELICOPTERE POUR ASSERVIR LE CAP DE L'APPAREIL EN LACET

Les commandes de vol de lacet des hélicoptères sont constituées d'une timonerie à bielles reliant le palonnier commandé par le pilote au rotor anti-couple. Dans le cas particulier de la commande de lacet, la timonerie comporte un dispositif de friction qui a pour principale fonction de définir le point d'ancrage, ou point moyen, de la commande comme la dernière position mémorisée de la timonerie à la suite d'une action du pilote sur le palonnier. En mode de pilotage automatique, le maintien du cap de l'hélicoptère est notamment assuré par un vérin parallèle, ou vérin de trim, qui, comprend un embrayage, placé entre le réducteur irréversible et la cinématique de réduction, et des moyens de détection de la position de l'arbre de sortie, lequel est responsable du mouvement appliqué par le vérin à un point non fixe de la timonerie.



Définition des variables :

um : tension d'alimentation de consigne
ω_m : fréquence de rotation du moteur
ω_{Ri} : fréquence de rotation en sortie du réducteur Ri
ω_F : fréquence de rotation en sortie du dispositif de friction
ω_R : fréquence de rotation en sortie du réducteur 2
ω_R : fréquence de rotation en sortie

Nom et fonction des différents blocs:

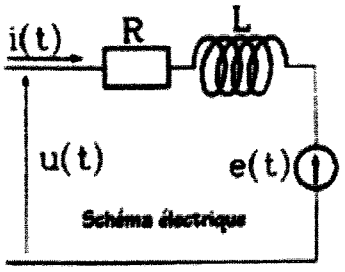
Mcc : Moteur à courant continu
Ri : Réducteur irréversible Ri = 0,1.
F : Dispositif de friction de fonction de transfert $H_F = 1/\lambda$ avec $\lambda = 0,5$ coefficient de frottement
R: Réducteur n°2 avec R = 0,1.
DDSF : Dispositif de détection de surpassement de la friction de fonction de transfert $H_{DDSF} = 1$.
Cp : Capteur de fréquence de rotation avec Cp = 1 V/rd/s.

Par convention, la fonction dite **transformée de Laplace** de $\omega(t)$, sera notée $\Omega(p)$.

Sous partie 1 : Etude du moteur à courant continu

Le schéma fonctionnel décrivant le fonctionnement du moteur est le suivant :

u : tension aux bornes de l'induit en V
i : courant dans l'induit en A
R : resistance aux bornes de l'induit R=0.1 Ω
L : inductance aux bornes de l'induit L=0,5 mH
e : force électro-motrice en V
J : moment d'inertie J=0.01 kg.m²
Cf :couple de frottement en m.N
a : coefficient de frottement visqueux en m.N.rad^{-1}.s
Cm : couple moteur en m.N
Ke : constante de f.e.m. Ke =0,1 V.rad^{-1}.s^{-1}
Kc : constante de couple Kc =0,1 Nm/A



Les équations différentielles régissant le comportement du moteur sont :

① $u(t) = e(t) + R.i(t) + L\dfrac{di(t)}{dt}$ ② $e(t) = Ke.\omega_m(t)$

③ $J\dfrac{d\omega_m(t)}{dt} = Cm(t) - Cf(t)$ ④ $Cm(t) = Kc.i(t)$ ⑤ $Cf(t) = a.\omega_m(t)$

Question 39.
Exprimer la fonction de transfert $Hm(p) = \Omega m(p)/U(p)$ du moteur Mcc :

$Hm(p) = \dfrac{\dfrac{Kc}{KeKc + aR}}{1 + \dfrac{JR}{KeKc + aR}p + \dfrac{JL}{KeKc + aR}p^2}$	$Hm(p) = \dfrac{\dfrac{Kc}{KeKc}}{1 + \dfrac{JR + aL}{KeKc}p + \dfrac{JL}{KeKc}p^2}$
A	**B**
$Hm(p) = \dfrac{\dfrac{Kc}{KeKc + aR}}{1 + \dfrac{JR + aL}{KeKc + aR}p + \dfrac{JL}{KeKc + aR}p^2}$	$Hm(p) = \dfrac{Kc}{1 + (JR + aL)p + JLp^2}$
C	**D**

Cette fonction de transfert du second ordre peut se mettre sous la forme : $Hm(p) = \dfrac{K}{1 + \dfrac{2\xi}{\omega_0}p + \dfrac{p^2}{\omega_0^2}}$

Question 40.
Indiquer les expressions de ξ et ω_0 :

$\omega_0 = \dfrac{\sqrt{KeKc + aR}}{JL}$ $\xi = \dfrac{1}{2}\dfrac{JR + aL}{\sqrt{JL(KeKc + aR)}}$	$\omega_0 = \sqrt{\dfrac{KeKc + aR}{JL}}$ $\xi = \dfrac{1}{2}\dfrac{JR + aL}{\sqrt{JL(KeKc + aR)}}$	$\omega_0 = \sqrt{\dfrac{KeKc + aR}{JL}}$ $\xi = \dfrac{1}{2}\dfrac{JR + aL}{\sqrt{(KeKc + aR)}}$	$\omega_0 = \sqrt{\dfrac{aR}{JL}}$ $\xi = \dfrac{1}{2}\dfrac{JR}{\sqrt{JL(KeKc + aR)}}$
A	**B**	**C**	**D**

Pour la suite des calculs, on négligera **a** (coefficient de frottement visqueux) et on pose **a=0.**

Question 41.
Donner l'expression simplifiée de Hm(p) :

$Hm(p) = \dfrac{10}{1 + \dfrac{1}{10}p + \dfrac{p^2}{2000}}$	$Hm(p) = \dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{100}p + \dfrac{p^2}{200}}$	$Hm(p) = \dfrac{1}{1 + p + \dfrac{p^2}{200}}$	$Hm(p) = 10\dfrac{1}{1 + p + \dfrac{p^2}{200}}$
A	**B**	**C**	**D**

Question 42.
Calculer les valeurs de ξ et ω_0 :

ω_0 = 20 10^3 rad/s ξ = 2,2	ω_0 = 45 rad/s ξ = 2,2	ω_0 = 45 rad/s ξ = 2 10^{-4}	ω_0 = 0 rad/s ξ = 2 10^{-4}
A	**B**	**C**	**D**

Sous partie 2 : Etude l'asservissement du rotor anti-couple

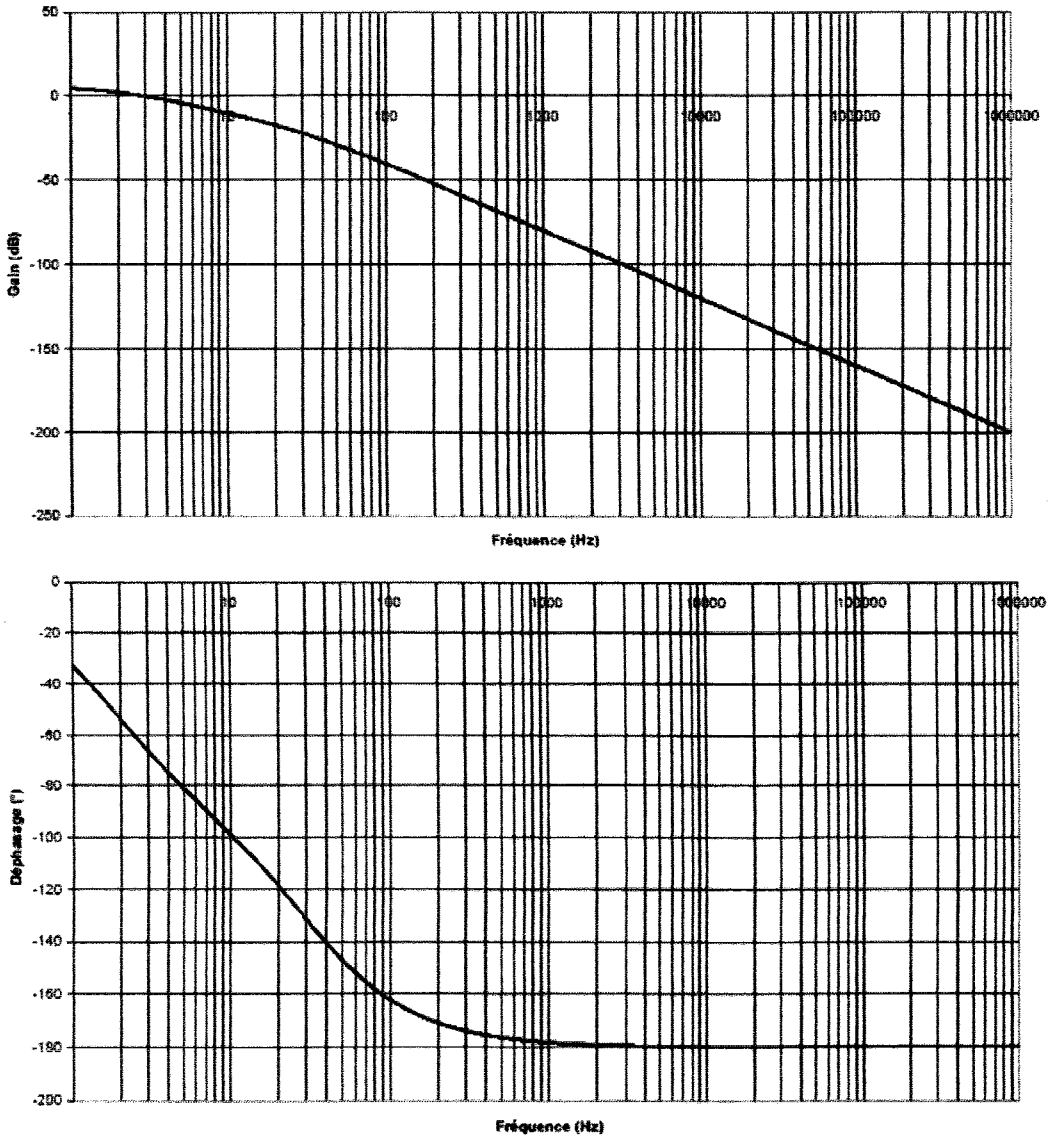
Pour la suite de l'étude, on considérera que la fonction de transfert associée au moteur Mcc est donnée par :

$$Hm(p) = \frac{10}{1 + 0{,}1p + 0{,}5.10^{-3}p^2}$$

Question 43.
Exprimer la FTBO de l'asservissement du rotor anti-couple :

$FTBO(p) = \frac{1}{1 + 0{,}1p + 0{,}5.10^{-3}p^2}$	$FTBO(p) = \frac{0{,}05}{1 + 0{,}1p + 0{,}5p^2}$
A	**B**
$FTBO(p) = \frac{2}{1 + 0{,}1p + 0{,}5.10^{-3}p^2}$	$FTBO(p) = \frac{0{,}5}{1 + p + 5.10^{-3}p^2}$
C	**D**

Question 44.
On donne ci-dessous le diagramme de Bode en gain et en phase de la FTBO de l'asservissement du rotor anti-couple.



Indiquer pour ce système si la marge de phase est :

Positive	Négative	Nulle	Non définie
A	**B**	**C**	**D**

Question 45.
Afin de corriger le système, l'ajout dans la boucle d'asservissement d'un correcteur PI permet, pour une entrée de type échelon, de :

annuler l'erreur statique	accélérer la réponse du système	stabiliser le système	amplifier les bruits
A	**B**	**C**	**D**

Question 46.
L'expression générale d'un correcteur PI est de la forme :

$C(p) = K(1+\tau p)$	$C(p) = K\frac{1}{1+\tau p}$	$C(p) = K(\tau p + \frac{1}{\tau p})$	$C(p) = K(1+\frac{1}{\tau p})$
A	**B**	**C**	**D**

Question 47.
En basse fréquence (et éventuellement à la fréquence nulle), un gain important va :

augmenter l'erreur dite statique	diminuer l'erreur dite statique	augmenter le dépassement	diminuer le dépassement
A	**B**	**C**	**D**

Question 48.
En haute fréquence, il faut limiter :

le déphasage pour limiter l'influence du gain du signal de sortie par rapport au signal d'entrée	le gain pour limiter l'influence du déphasage du signal de sortie par rapport au signal d'entrée	la phase pour limiter l'influence des bruits de mesure qui se superposent au signal de retour injecté sur le soustracteur	le gain pour limiter l'influence des bruits de mesure qui se superposent au signal de retour injecté sur le soustracteur
A	**B**	**C**	**D**

♦

FIN DU QUESTIONNAIRE

♦

J. 15 1235

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE **Session 2015**

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE

◆

Épreuve obligatoire à option

MATHÉMATIQUES

Durée : 4 heures

Coefficient : 3

◆

Cette épreuve comporte :

1 page de garde
2 pages d'instructions pour remplir le QCM recto/verso
13 pages de texte recto/verso

L'USAGE DE CALCULATRICES, DE TELEPHONES PORTABLES OU DE DOCUMENTS PERSONNELS N'EST PAS AUTORISE

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE **ICNA 2015**

ÉPREUVE OBLIGATOIRE A OPTION DE MATHÉMATIQUES

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve obligatoire à option de mathématiques de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

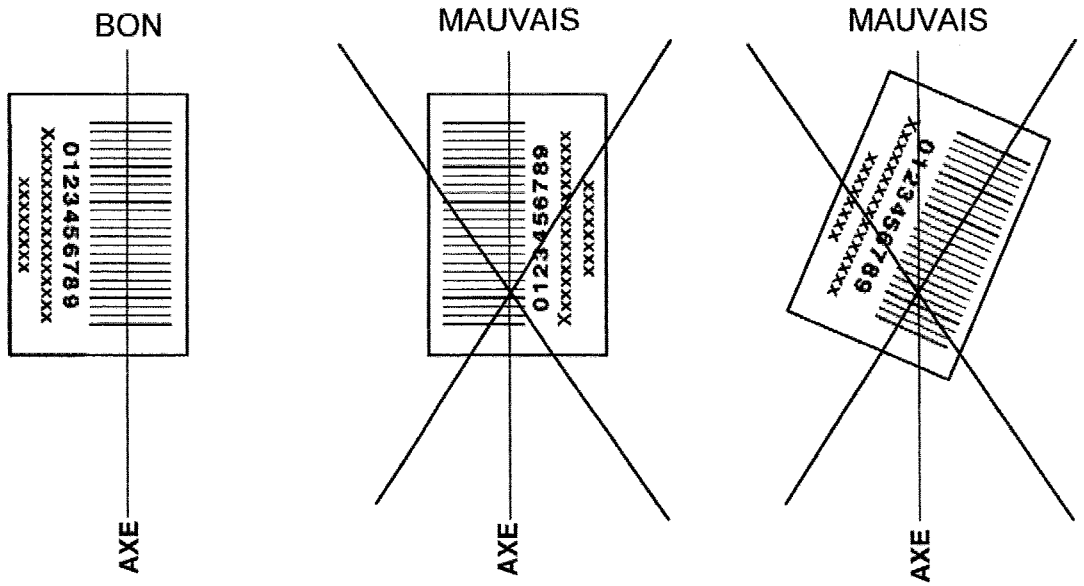
ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, **l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez,** c'est-à-dire « épreuve obligatoire à option de mathématiques ».

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, positionner celle-ci en **position verticale** avec les chiffres d'identification **à gauche** (le trait vertical devant traverser la totalité des barres de ce code).

EXEMPLES :



2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un STYLO BILLE ou une POINTE FEUTRE de couleur **NOIRE**.

3) Utilisez le sujet comme brouillon (ou les feuilles de brouillons qui vous sont fournies à la demande par la surveillante qui s'occupe de votre rangée) et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.

4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.

5) Cette épreuve comporte 40 questions obligatoires ; certaines, de numéros consécutifs, peuvent être liées.

Chaque question comporte, au plus, deux réponses exactes.

Tournez la page S.V.P.

6) A chaque question numérotée entre 1 et 40, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 41 à 100 seront neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.

Pour chaque ligne numérotée de 01 à 40, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

► soit vous décidez de ne pas traiter cette question,
la ligne correspondante doit rester vierge.

► soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse :
vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.

► soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes :
vous devez noircir deux des cases A, B, C, D ***et deux seulement.***

► soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne :
vous devez alors noircir la case E.

Attention, toute réponse fausse entraîne pour la question correspondante une pénalité dans la note.

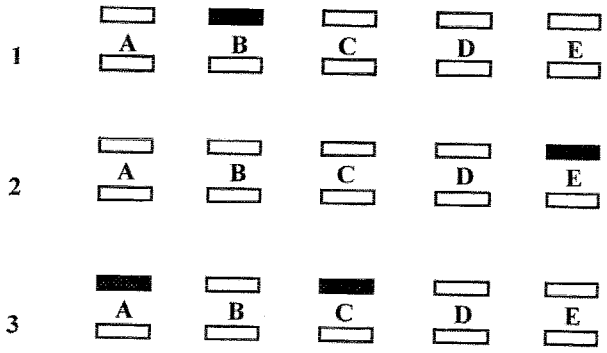
EXEMPLES DE RÉPONSES

Question 1 : $1^2 + 2^2$ vaut :
A) 3 B) 5 C) 4 D) -1

Question 2 : le produit (-1) (-3) vaut :
A) -3 B) -1 C) 4 D) 0

Question 3 : Une racine de l'équation $x^2 - 1 = 0$ est :
A) 1 B) 0 C) -1 D) 2

Vous marquerez sur la feuille réponse :



Première partie

1. On a, pour une série de réels :

A) Une série convergente est absolument convergente.
B) Une série divergente est absolument divergente.
C) Une série absolument convergente est convergente.
D) Une série absolument divergente est divergente.

2. On a, pour une série de fonctions définies sur un intervalle I et à valeurs dans $\mathbb{R}$:

A) La convergence uniforme sur I entraine la convergence normale sur I.
B) La convergence uniforme sur I entraine la convergence absolue en tout point de I.
C) La convergence absolue en tout point de I entraine la convergence uniforme sur I.
D) Pour établir que la série ne converge pas normalement sur I il est nécessaire d'établir la non convergence uniforme sur I.

On pose pour x réel et n entier naturel, $u_n(x) = \dfrac{(-1)^n}{(2n+1)^x}$ et lorsque cette série converge on note f sa somme : $f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} u_n(x)$.

3. On a :

A) Si $x \leq 0$, la série $\sum_{n\geq 0} u_n(x)$ diverge grossièrement puisque la suite $(u_n(x))_n$ ne converge pas vers 0.

B) Si $x \leq 0$, la série $\sum_{n\geq 0} u_n(x)$ ne diverge pas grossièrement.

C) Si $0 < x \leq 1$, la série $\sum_{n\geq 0} |u_n(x)|$ diverge.

D) Si $0 < x \leq 1$, la série $\sum_{n\geq 0} u_n(x)$ diverge.

Tournez la page S.V.P.

4. On a:

A) La série de fonctions $\sum_{n\geq 0} u_n$ est absolument convergente pour $x \in]0,+\infty[$.

B) La série de fonctions $\sum_{n\geq 0} u_n$ est absolument convergente pour $x \in]1,+\infty[$

C) L'ensemble de définition de la fonction f est $]0,+\infty[$.

D) L'ensemble de définition de la fonction f est $]1,+\infty[$.

5. On a :

A) Pour tout $x \in]0,+\infty[$, $f(x) \geq 0$.

B) Pour tout $x \in]0,+\infty[$, $f(x) \leq 0$.

C) La fonction f ne garde pas un signe constant sur $]0,+\infty[$.

D) Pour tout $x \in]0,+\infty[$, $f(x) \leq 1$.

6. On a:

A) La série de fonctions $\sum_{n\geq 0} u_n$ convergente uniformément sur $]0,+\infty[$.

B) La série de fonctions $\sum_{n\geq 0} u_n$ convergente normalement sur $]0,+\infty[$.

C) La série de fonctions $\sum_{n\geq 0} u_n$ convergente normalement sur $]1,+\infty[$.

D) la série de fonctions $\sum_{n\geq 0} u_n$ converge normalement sur tout compact inclus dans $]1,+\infty[$.

7. On a:

A) Une série de fonctions qui est uniformément convergente sur tout segment inclus dans $]0,+\infty[$ n'est pas nécessairement uniformément convergente sur cet intervalle.

B) Si $\sum_{n\geq 0} v_n$ est une série de réels convergente on peut toujours écrire $\left|\sum_{k=0}^{+\infty} v_k\right| \leq \sum_{k=0}^{+\infty} |v_k|$.

C) Si $\sum_{n\geq 0} v_n$ est une série de réels convergente on peut toujours écrire, pour n entier naturel, $\left|\sum_{k=n+1}^{+\infty} v_k\right| \leq \sum_{k=n+1}^{+\infty} |v_k|$.

D) Si $\sum_{n\geq 0} v_n$ est une série de réels absolument convergente on peut toujours écrire, pour n entier naturel, $\left|\sum_{k=n+1}^{+\infty} v_k\right| \leq v_{n+1}$.

8. Soit $[a,\ b]$ un segment inclus dans $]0, +\infty[$. On a, pour tout $x \in [a,\ b]$:

A) $|R_n(x)| = \left|\sum_{k=n+1}^{+\infty} u_k(x)\right| \leq \dfrac{1}{(2n+3)^x}$

B) $|R_n(x)| = \left|\sum_{k=n+1}^{+\infty} u_k(x)\right| \leq \dfrac{1}{(2n+3)^a}$

C) $|R_n(x)| = \left|\sum_{k=n+1}^{+\infty} u_k(x)\right| \leq \dfrac{1}{(2n+3)^b}$

D) $|R_n(x)| = \left|\sum_{k=n+1}^{+\infty} u_k(x)\right| \leq \dfrac{(-1)^n}{(2n+3)^x}$.

9. On a :

A) Si $x \in [a,\ b]$, puisque $\lim_{n\to+\infty} \dfrac{1}{(2n+3)^x} = 0$, la suite des restes (R_n) (où $R_n(x) = \sum_{k=n+1}^{+\infty} u_k(x)$) converge uniformément vers la fonction nulle sur l'intervalle $[a,\ b]$ et donc la série de fonctions $\sum_{n\geq 0} u_n$ est uniformément convergente sur $[a,\ b]$.

B) La fonction f n'est continue que sur $]1, +\infty[$.

C) $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{1}{(2n+1)^x} = 0$ donc $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$.

D) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$.

Tournez la page S.V.P.

10. On note $I =]1, +\infty[$ et on a :

A) Les fonctions u_n sont dérivables sur $I =]1, +\infty[$ et pour $x \in I$, $u_n'(x) = \dfrac{(-1)^{n+1} x}{(2n+1)^{x+1}}$.

B) La série de fonctions $\sum_{n\geq 0} u_n'$ converge normalement sur tout segment inclus dans I.

C) La série de fonctions $\sum_{n\geq 0} u_n'$ converge normalement sur I.

D) Par le théorème de dérivation terme à terme d'une série de fonctions, la fonction f est dérivable sur I et,

$$\forall x \in I,\ f'(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} u_n'(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n+1)^x} \ln(2n+1).$$

11. On a :

A) $f(1) = \sum_{n=0}^{+\infty} \dfrac{(-1)^n}{2n+1} = \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \int_0^1 t^{2n}\, \mathrm{d}t$.

B) La série de fonctions $\sum_{n\geq 0} (-1)^n t^{2n}$ converge uniformément sur $[0,1]$.

C) La série $\sum_{n\geq 0} \int_0^1 \left|(-1)^n t^{2n}\right| \mathrm{d}t$ converge.

D) On peut appliquer un théorème d'intégration terme à terme pour intervertir $\sum_{n=0}^{+\infty}$ et $\int_0^1$.

12. On pose $S_N = \sum_{n=0}^{N} \int_0^1 (-1)^n t^{2n}\, \mathrm{d}t$. On a :

A) $S_N = 1 + J_N$ où $J_N = \int_0^1 \dfrac{(-t^2)^{N+1}}{1+t^2}\, \mathrm{d}t$.

B) $S_N = \dfrac{\pi}{4} + J_N$ où $J_N = \int_0^1 \dfrac{1}{1+t^2}\, \mathrm{d}t$.

C) $f(1) = \dfrac{\pi}{4}$.

D) $f(1) = 1$.

13. On a :

A) Pour tout $x \in]-1,1[$, $\arctan x = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^x}$.

B) Pour tout $x \in]-1,1[$, $\arctan x = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$.

C) Pour tout $x \in]-1,1]$, $\arctan x = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1}$.

D) Pour tout $x \in]-1,1]$, $\arctan x = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n x^n}{2n+1}$.

Deuxième partie

On note F l'ensemble des applications dérivables f de $]0,+\infty[$ dans $\mathbb{R}$ vérifiant :

$$\forall x \in]0,+\infty[, \quad f'(x) = f(\sqrt{x}).$$

On note G l'ensemble des applications dérivables g de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ vérifiant :

$$\forall t \in \mathbb{R}, \quad g'(t) = e^t g\left(\frac{t}{2}\right).$$

14. On a :

A) F et G ne sont pas des $\mathbb{R}$-espaces vectoriels pour les opérations usuelles.

B) Si $f \in F$, $t \mapsto f(e^{\frac{t}{2}})$ est élément de G.

C) Si $f \in F$, $t \mapsto f(e^t)$ est élément de G.

D) Soit $g \in G$, si on pose pour tout $x \in]0,+\infty[$: $f(x) = g(\ln x)$, alors $f \in F$.

15. Soit Ψ l'application de F dans G qui, à toute application f de F, associe l'application g de G définie par : $\forall t \in \mathbb{R}, \quad g(t) = f(e^t)$.

A) Ψ est linéaire.

B) $\operatorname{Ker}\Psi = \{0\}$ et Ψ est injective.

C) Ψ est un isomorphisme car endomorphisme injectif en dimension finie.

D) Ψ n'est pas surjective.

Tournez la page S.V.P.

16. On sait que :

A) Le produit de Cauchy de deux séries convergentes est une série convergente.

B) Le produit de Cauchy de deux séries absolument convergentes est une série absolument convergente.

C) Si $\sum_{n\geq 0} a_n\, x^n$ et $\sum_{n\geq 0} b_n\, x^n$ sont deux séries entières de rayon respectivement R_a et R_b et si pour tout n entier naturel on pose $c_n = \sum_{k=0}^{n} a_k b_{n-k}$, le rayon R de la série produit $\sum_{n\geq 0} c_n\, x^n$ est : $R = \min(R_a, R_b)$.

D) Si $\sum_{n\geq 0} a_n\, x^n$ et $\sum_{n\geq 0} b_n\, x^n$ sont deux séries entières de rayon respectivement R_a et R_b et si pour tout n entier naturel on pose $c_n = \sum_{k=0}^{n} a_k b_{n-k}$, le rayon R de la série produit $\sum_{n\geq 0} c_n\, x^n$ vérifie : $R \leq \min(R_a, R_b)$.

17. Supposons qu'il existe une série entière de la variable réelle $\sum_{n\geq 0} a_n\, t^n$ de rayon de convergence infini, avec $a_0 = 1$, dont la somme est élément de G. On a :

A) $\forall n \geq 1,\ \sum_{k=0}^{n-1} \frac{a_k}{2^k} \frac{1}{(n-1-k)!} = n a_n$.

B) $\forall n \geq 1,\ \sum_{k=0}^{n-1} \frac{a_k}{2^k} \frac{1}{(n-1-k)!} = a_n$.

C) $\forall n \geq 1,\ \sum_{k=0}^{n-1} \frac{a_k}{(n-1-k)!} = a_n$.

D) $\forall n \geq 1,\ \sum_{k=2}^{n-1} \frac{a_k}{2^k} \frac{1}{(n-1-k)!} = a_n$.

18. On a :

A) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $|a_n| \leq \frac{2^n}{n!}$.

B) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $|a_n| \leq \frac{1}{n!}$.

C) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $|a_n| \leq \frac{2^n}{n}$.

D) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $|a_n| \leq \frac{n!}{2^n}$.

19. Soit g élément de G, on a :

A) g est de classe C^∞ sur $\mathbb{R}$.

B) g est uniquement de classe C^1 sur $\mathbb{R}$.

C) La formule de Leibniz pour $n \geq 1$ donne :

$$\forall t \in \mathbb{R},\ g^{(n)}(t) = \sum_{i=0}^{n-1} \binom{n-1}{i} e^t g^{(i)}\left(\frac{t}{2}\right).$$

D) La formule de Leibniz pour $n \geq 1$ donne :

$$\forall t \in \mathbb{R},\ g^{(n)}(t) = \sum_{i=0}^{n-1} \binom{n-1}{i} e^t \frac{1}{2^i} g^{(i)}\left(\frac{t}{2}\right).$$

20. Soit $A \geq 1$ et $M = \max_{t \in [-A, A]} |g(t)|$, on a :

A) $\forall t \in [-A, A]$, $\forall\, n \in \mathbb{N}$, $|g^{(n)}(t)| \leq M$.

B) $\forall t \in [-A, A]$, $\forall\, n \in \mathbb{N}$, $|g^{(n)}(t)| \leq Me^{nA}$.

C) $\forall t \in [-A, A]$, $\forall\, n \in \mathbb{N}$, $|g^{(n)}(t)| \leq Me^{A}$.

D) $\forall t \in [-A, A]$, $\forall\, n \in \mathbb{N}$, $|g^{(n)}(t)| \leq Mne^{nA}$.

21. $\forall t \in [-A, A]$, en appliquant la formule de Taylor avec reste intégral entre 0 et t à l'ordre N :

A) $g(t) - \sum_{n=0}^{N} \frac{g^{(n)}(0)}{n!} t^n = \int_0^t \frac{(t-u)^N}{N!} g^{(N)}(u)\mathrm{d}u$.

B) $g(t) - \sum_{n=0}^{N} \frac{g^{(n)}(0)}{n!} t^n = \int_0^t \frac{(t-u)^N}{n!} g^{(N+1)}(u)\mathrm{d}u$.

C) $g(t) - \sum_{n=0}^{N} \frac{g^{(n)}(0)}{n!} t^n = \int_0^1 \frac{(t-u)^N}{N!} g^{(N+1)}(u)\mathrm{d}u$.

D) $g(t) - \sum_{n=0}^{N} \frac{g^{(n)}(0)}{n!} t^n = \int_0^t \frac{(t-u)^{N+1}}{(N+1)!} g^{(N+1)}(u)\mathrm{d}u$.

On pourra utiliser les deux résultats suivants :

Toute application g élément de G est développable en série entière.

Il existe une unique application de G développable en série entière sur $\mathbb{R}$, et prenant la valeur 1 en $t = 0$. On la notera φ.

Tournez la page S.V.P.

22. On a :

A) $G=\{\varphi\}$.

B) $\dim G \geq 2$.

C) $G=\text{vect}\ \{\varphi\}$.

D) $\dim F = \dim G$ car F et G sont isomorphes.

Troisième partie

On désigne par M et A deux matrices de $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ avec $n \geq 2$, φ et f sont leurs endomorphismes canoniquement associés.

23. On suppose que $M^2 = I$ où I est la matrice unité de $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$.

A) La matrice M est diagonalisable.

B) Si on note SP(M) l'ensemble des valeurs propres de la matrice M on a : $\{-1,1\} \subset \text{SP}(M)$.

C) On a nécessairement $M = I$ ou $M = -I$.

D) Il n'existe pas de matrice différente de I vérifiant $M^2 = I$.

24. On a :

A) On suppose que M est diagonalisable et que $M^2 = A$ alors A est diagonalisable.

B) M est diagonalisable si et seulement si M^2 est diagonalisable.

C) Si A est diagonalisable, il existe au moins une matrice diagonalisable M telle que $M^2 = A$.

D) Une matrice nilpotente non nulle est diagonalisable.

25. On a :

A) Il existe deux matrices M vérifiant $M^2 = A$.

B) Si M et A commutent alors $M^2 = A$.

C) Si $M^2 = A$, alors φ est un projecteur.

D) Si $M^2 = A$, alors M et A commutent.

26. on a :

A) Si μ est une valeur propre de φ, μ est une valeur propre de φ^2.

B) Si μ est une valeur propre de φ^2, μ est une valeur propre de φ.

C) Si x est un vecteur propre de φ, x est un vecteur propre de φ^2.

D) Si x est un vecteur propre de φ^2, x est un vecteur propre de φ.

27. On donne quatre assertions :

(1) φ est non injectif ;

(2) 0 est valeur propre de φ ;

(3) 0 est valeur propre de φ^2 ;

(4) φ^2 est non injectif.

On a :

A) Les quatre assertions sont équivalentes.

B) Trois des quatre assertions seulement sont équivalentes.

C) Deux des quatre assertions seulement sont équivalentes.

D) Aucune de ces assertions n'est équivalente à une autre.

28. Pour φ un endomorphisme d'un espace vectoriel E, si P et Q sont deux polynômes à coefficients réels, on a :

A) $\mathrm{Ker}\,P(\varphi) \oplus \mathrm{Ker}\,Q(\varphi) = \mathrm{Ker}\,(PQ)(\varphi)$.

B) $\mathrm{Ker}\,P(\varphi) \oplus \mathrm{Ker}\,Q(\varphi) = E$.

C) $\mathrm{Ker}\,P \oplus \mathrm{Ker}\,Q = \mathrm{Ker}\,(PQ)(\varphi)$.

D) $\mathrm{Ker}\,P(\varphi) \oplus \mathrm{Ker}\,Q(\varphi) = \mathrm{Ker}(\varphi)$.

29. Soit λ une valeur propre non nulle de φ^2, et μ un nombre complexe tel que $\mu^2 = \lambda$; on a :

A) $\mathrm{Ker}\,(\varphi^2 - \lambda\, id) = \mathrm{Ker}\,(\varphi - \mu\, id) \oplus \mathrm{Ker}\,(\varphi + \mu\, id)$.

B) $E = \mathrm{Ker}\,(\varphi - \mu\, id) \oplus \mathrm{Ker}\,(\varphi + \mu\, id)$.

C) Si on suppose que φ^2 est diagonalisable,
on a (φ diagonalisable) $\Leftrightarrow$ ($\mathrm{Ker}\,\varphi^2 = \mathrm{Ker}\,\varphi$).

D) On a (φ^2 diagonalisable) $\Leftrightarrow$ ($\mathrm{Ker}\,\varphi^2 = \mathrm{Ker}\,\varphi$).

30. On suppose que f possède n valeurs propres distinctes et soit un endomorphisme φ vérifiant $\varphi^2 = f$, on a :

A) φ est diagonalisable.

B) Il y a $2n$ endomorphismes φ vérifiant $\varphi^2 = f$ si 0 n'est pas valeur propre de f.

C) Il y a 2^n endomorphismes φ vérifiant $\varphi^2 = f$ si 0 n'est pas valeur propre de f.

D) Il y a 2 endomorphismes φ vérifiant $\varphi^2 = f$ si 0 est valeur propre de f.

Tournez la page S.V.P.

Dans les deux questions suivantes, $n=3$ et $A=\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

31. On a :

A) La matrice A est symétrique réelle donc diagonalisable donc son polynôme caractéristique est scindé à racines simples.

B) $P=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ est une matrice de passage qui permet de diagonaliser la matrice A.

C) $P=\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ est une matrice de passage qui permet de diagonaliser la matrice A.

D) $P=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ est une matrice de passage qui permet de diagonaliser la matrice A.

32. Si on fait la somme et le produit de toutes les matrices M de $\mathcal{M}_3(\mathbb{C})$ vérifiant $M^2=A$.

A) La somme est la matrice identité.

B) Le somme est la matrice nulle.

C) Le produit donne une matrice de trace 258.

D) Le produit donne une matrice de trace 2^8.

33. A et n sont à nouveau quelconques.

On suppose que f est diagonalisable et que l'une au moins de ses valeurs propres est non nulle avec un ordre de multiplicité supérieur ou égal à 2.

A) Il n'existe aucun endomorphisme φ diagonalisable tels que $\varphi^2=f$.

B) Il existe un nombre fini d'endomorphismes φ diagonalisables tels que $\varphi^2=f$.

C) Il existe une infinité d'endomorphismes φ diagonalisables tels que $\varphi^2 = f$.

D) Il existe deux endomorphismes φ diagonalisables tels que $\varphi^2 = f$.

Quatrième partie

34. Une variable aléatoire X suit la loi de Poisson de paramètre λ lorsque

A) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $P(X=n) = e^{\lambda}\dfrac{\lambda}{n}$.

B) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $P(X=n) = e^{-\lambda}\dfrac{\lambda}{n}$.

C) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $P(X=n) = e^{\lambda}\dfrac{\lambda^n}{n}$.

D) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $P(X=n) = e^{-\lambda}\dfrac{\lambda}{n!}$.

35. Une variable aléatoire X suit la loi de Poisson de paramètre λ, on a :

A) Son espérance $E(X)$ et sa variance $V(X)$ sont égales.

B) Son espérance est : $E(X) = e^{-\lambda}$.

C) Sa série génératrice est une série entière de rayon 1.

D) Sa série génératrice est une série entière de rayon $+\infty$.

36. On a :

A) Si X et Y sont deux variables aléatoires indépendantes suivant chacune une loi de Poisson de paramètres respectivement λ et μ alors $E(X+Y) = \lambda\mu$.

B) Si X et Y sont deux variables aléatoires suivant chacune une loi de Poisson de paramètres respectivement λ et μ alors $E(X+Y) = \lambda + \mu$.

C) Si P est une probabilité sur un espace probabilisable et si A et B sont deux évènements alors $P(A \cap B) = P(A).P(B)$.

D) Si P est une probabilité sur un espace probabilisable et si A et B sont deux évènements alors $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Tournez la page S.V.P.

Dans la suite :
On suppose que la variable aléatoire X qui donne le nombre de clients entrant dans une épicerie dans un certain intervalle de temps suit la loi de Poisson λ.
En moyenne il rentre n personnes dans l'épicerie en une heure.
Y est une variable aléatoire réelle, indépendante de X définie par :
$P(Y=1)=P(Y=2)=\frac{1}{2}$.
On note Z la variable aléatoire XY.

37. On a :

A) La probabilité pour que k personnes entrent dans un intervalle de temps T est : $P(X=k)=e^{-nT}\frac{(nT)^k}{k!}$.

B) La probabilité pour que k personnes entrent dans un intervalle de temps T est : $P(X=k)=e^{-T}\frac{(T)^k}{k!}$.

C) La probabilité pour qu'il y ait un seul client qui se présente au bout du temps $T=\frac{2}{n}$ est e^{-2}.

D) La probabilité pour qu'il y ait un seul client qui se présente au bout du temps $T=\frac{2}{n}$ est $2e^{-2}$.

38. La probabilité pour qu'il y ait au moins quatre entrées dans un intervalle de temps $T=\frac{1}{n}$ est :

A) $\frac{1}{4}e^{-2}$.

B) $1-\frac{5}{4}e^{-2}$.

C) $1-\frac{8}{3}e^{-1}$.

D) $\frac{5}{3}e^{-1}$.

On revient au cas général.

39. On note p la probabilité que X soit un nombre pair :

A) $p = e^{-\lambda} \operatorname{ch} \lambda$.

B) $p = e^{-\lambda} \operatorname{sh} \lambda$.

C) $p \geq \frac{1}{2}$.

D) $p \leq \frac{1}{2}$.

40. La probabilité pour que Z soit un nombre pair est (en fonction de p de la question précédente) :

A) $\frac{p}{2}$.

B) $p\lambda$.

C) $\frac{p\lambda}{2}$.

D) $\frac{p+1}{2}$.

IMPRIMERIE NATIONALE – D'après documents fournis

J. 15 1242

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE **Session 2015**

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE

◆

Épreuve facultative
d'INFORMATIQUE

Durée : 1 heure

Coefficient : Bonus

◆

Cette épreuve comporte :
1 page de garde
2 pages d'instructions pour remplir le QCM recto/verso
1 page d'avertissements
10 pages de texte recto/verso

L'USAGE DE CALCULATRICES, DE TELEPHONES PORTABLES OU DE DOCUMENTS PERSONNELS N'EST PAS AUTORISE

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE **ICNA 2015**

ÉPREUVE FACULTATIVE D'INFORMATIQUE

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve facultative d'informatique de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

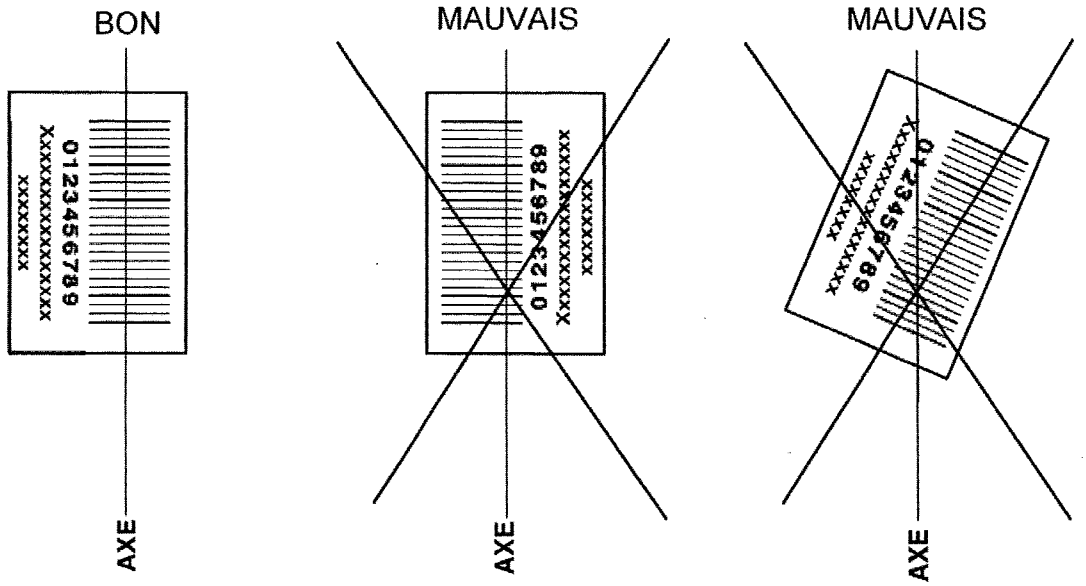
ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, **l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez,** c'est-à-dire «épreuve facultative d'informatique».

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, positionner celle-ci en **position verticale** avec les chiffres d'identification **à gauche** (le trait vertical devant traverser la totalité des barres de ce code).

EXEMPLES :



2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un STYLO BILLE ou une POINTE FEUTRE de couleur **NOIRE**.

3) Utilisez le sujet comme brouillon (ou les brouillons qui vous sont fournis à la demande par la surveillante qui s'occupe de votre rangée) et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.

4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.

5) Cette épreuve comporte 20 questions ; **certaines, de numéros consécutifs, peuvent être liées. La liste de ces questions est donnée sur la page d'avertissements.**

   Vous devez donc porter vos réponses sur les lignes numérotées de 1 à 20. N'utilisez en aucun cas les lignes numérotées de 21 à 100. Veillez à bien porter vos réponses sur la ligne correspondant au numéro de la question.

CHAQUE QUESTION COMPORTE, AU PLUS, DEUX REPONSES EXACTES.

Tournez la page S.V.P.

6) A chaque question numérotée entre 1 et 20, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 21 à 100 seront neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.

Pour chaque ligne numérotée de 1 à 20, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

► soit vous décidez de ne pas traiter cette question,
la ligne correspondante doit rester vierge.

► soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse :
vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.

► soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes :
vous devez noircir deux des cases A, B, C, D ***et deux seulement.***

► soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne :
vous devez alors noircir la case E.

AVERTISSEMENTS

L'usage de calculatrices, de téléphones portables ou de documents personnels n'est pas autorisé.

Questions liées :

* Questions 4 à 11
* Questions 12 à 14
* Questions 14 à 18
* Questions 19 et 20

Question 1 :

Parmi les affirmations suivantes lesquelles sont vraies :

A) En informatique la mémoire est un dispositif électronique qui sert à stocker des informations.

B) La mémoire du disque dur doit pouvoir fonctionner en mode lecture mais pas en mode écriture pour ne pas être détériorée.

C) La mémoire du disque dur doit pouvoir fonctionner en mode écriture mais pas en mode lecture pour des raisons de sécurité informatique.

D) Dans la mémoire vive d'un ordinateur sont stockées définitivement des données importantes.

Question 2 :

Parmi les affirmations suivantes lesquelles sont vraies :

A) Une machine à calculer peut stocker une infinité de données puisqu'elle peut par exemple tracer la courbe représentative d'une fonction.

B) Une machine à calculer, aussi performante soit-elle, ne peut contenir qu'un nombre fini de données.

C) Tout nombre entier peut être représenté par une suite finie de 0 et de 1.

D) Tout nombre réel peut être représenté par une suite finie de 0 et de 1.

Question 3 :

Parmi les affirmations suivantes lesquelles sont vraies :

A) Un nombre entier naturel qui est représenté en binaire par une suite de 0 et de 1 et qui se termine par 1 est pair.

B) Le nombre décimal 0,1 possède une représentation binaire finie.

C) Sur un octet de mémoire le plus grand entier naturel représentable par une suite de 0 ou de 1 est 255.

D) 110 en binaire représente 10 en base dix.

Question 4 :

Parmi les scripts suivant lesquels échangent les valeurs de a et b ?

A)
```
c=a
b=c
c=a
```

B)
```
c=a
b=c
a=b
```

C)
```
a=a+b
b=a-b
a=a-b
```

D)
```
a=a+b
b=a-b
a=a+b
```


Tournez la page S.V.P.

Question 5 :

On définit par le script suivant une fonction ORDONNE :

```
def ORDONNE(L):
    n=len(L)
    for i in range(0,n-1):
        if L[i]>L[i+1]:
            c=L[i]
            L[i]=L[i+1]
            L[i+1]=c
    return L
```

Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies :

A) ORDONNE([1,3,2,5,4]) renvoie [1,2,3,4,5].

B) Si L est une liste de nombres ORDONNE(L) renvoie une liste de nombres réordonnée dans l'ordre croissant.

C) ORDONNE([1,3,5,2,4]) renvoie [1,2,4,3,5].

D) ORDONNE(ORDONNE([3,2,1])) renvoie [1,2,3].

Question 6 :

L est une liste de n entiers quelconques. Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies :

A) Pour ordonner L, il suffit d'utiliser n-1 fois la fonction ORDONNE.

B) Pour ordonner L, il suffit d'utiliser n fois la fonction ORDONNE.

C) Une liste L ordonnée dans le sens décroissant n'est pas modifiée par la fonction ORDONNE.

D) Une liste L ordonnée dans le sens croissant est un invariant pour la fonction ORDONNE.

NB : La fonction ORDONNE est sauvegardée dans un fichier nommé ORDONNE.py

Question 7 :

On définit par le script suivant une fonction Ordonnum :

```
def Ordonnum(L):
    from ORDONNE import ORDONNE
    n=len(L)
    for i in range(0,n-1):
        L=ORDONNE(L)
    return L
```

L est une liste de n entiers quelconques. Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies :

A) Ordonnum est une fonction dont l'argument est un réel.

B) Ordonnum est une fonction dont la valeur de sortie est un réel.

C) Ordonnum(L) renvoie True si L est ordonnée dans le sens croissant.

D) Ordonnum(L) renvoie les éléments de la liste L ordonnés dans le sens croissant.

Question 8 :

On définit par le script suivant une fonction Ordonnam :

```
def Ordonnam(L):
    from ORDONNE import ORDONNE
    n=len(L)
    P=list(L)
    for i in range(0,n-1):
        L=ORDONNE(L)
    test=True
    for i in range(0,n-1):
        if L[i]-P[i]!=0:
                test=False
    return test
```

L est une liste de n entiers quelconques. Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies :

A) Ordonnam est une fonction dont l'argument est un booléen.

B) Ordonnam est une fonction dont la valeur de sortie est un booléen.

C) Ordonnam est une fonction qui dit si oui ou non une liste est ordonnée dans le sens croissant.

D) Ordonnam(L) renvoie les éléments de la liste L ordonnés dans le sens croissant.

Question 9 :

On définit par le script suivant une fonction Ordonnim :

```
def Ordonnim(L):
    from ORDONNE import ORDONNE
    n=len(L)
    P=L
    for i in range(0,n-1):
        L=ORDONNE(L)
    test=True
    for i in range(0,n-1):
        if L[i]-P[i]!=0:
                test=False
    return test
```

L est une liste de n entiers quelconques. Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies :

A) Ordonnim est une fonction qui a la même action que Ordonnam.

B) Ordonnim renvoie toujours True.

C) Dans Ordonnim la variable locale P est constamment égale à L lors de l'exécution de la fonction.

D) Ordonnim(L) renvoie les éléments de la liste L ordonnés dans le sens croissant.

Question 10 :

Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies :

A) La complexité d'un algorithme est une notion qui permet de quantifier la difficulté à concevoir cet algorithme.

B) La complexité d'une algorithme est une notion qui permet de quantifier le coût de cet algorithme tant en terme de temps d'exécution qu'en terme de place mémoire utilisée pendant l'exécution en fonction du nombre et de la taille des données du problème qu'on veut traiter.

C) Deux algorithmes de complexités différentes aboutissent nécessairement à deux résultats différents.

D) Pour un même résultat il existe des algorithmes de complexités différentes. Celui qui est le plus efficace est celui dont la complexité est la plus élevée pour un nombre de données fixé.

Question 11 :

On définit par le script suivant une fonction Ordonnom :

Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies :

```
def Ordonnom(L):
    for i,s in enumerate(L):
        j=i
        while 0<j and s<L[j-1]:
            L[j]=L[j-1]
            j=j-1
        L[j]=s
    return L
```

A) Ordonnom et Ordonnum sont deux fonctions qui ont le même résultat de sortie si on les applique à une même liste.

B) Ordonnom et Ordonnum sont deux algorithmes qui n'ont pas toujours le même résultat si on les applique à une même liste.

C) La complexité dans le cas le pire de Ordonnom est en $O(n^3)$ où n désigne la taille de la liste L.

D) La complexité dans le cas le pire de Ordonnom est en $O(n)$ où n désigne la taille de la liste L.

Tournez la page S.V.P.

Question 12 :

Richard joue avec un dé. Il lance le dé jusqu'à obtenir un 6. On souhaite conserver tous les résultats des différents lancés dans une variable, y compris le 6 qui clôt l'expérience.
Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies ?

A) Je vais utiliser une structure de pile car je ne connais pas le nombre de données à mémoriser avant d'avoir fini.

B) Je vais choisir une structure de tableau car je vais pouvoir accéder en une instruction à toutes valeurs stockées et si je choisis pour ce tableau une taille suffisament grande je suis certain que ça suffira.

C) En pseudo code le script suivant répond à ma demande

```
Creer RESULTATS
  Lancer=0
  Tant que RESULTATS vide ou Lancer<>6 faire
    Lire(Lancer)  #LA machine attend la saisie du resultat du de
    Empiler(Lancer, RESULTATS)
  fin Tant que
  Empiler(Lancer,RESULTATS)
```

D) En pseudo code le script suivant répond à ma demande

```
Creer RESULTATS
  Lancer=0
  Tant que RESULTATS vide et Lancer<>6 faire
    Lire(Lancer)  #La machine attend la saisie du resultat du de
    Empiler(Lancer, RESULTATS)
  fin Tant que
  Empliler(Lancer, RESULTATS)
```

Question 13 :

Richard parie avec Julie que la somme des lancers qu'il va obtenir avant de faire 6 va être au moins de 100.
Parmi les différentes versions de la fonction gain suivantes lesquelles pourront-ils utiliser pour savoir qui a gagné ?

A)
```
def gain(resultat):
    S=0
    while resultat!=[]:
        S=S+resultat.pop()
    if S<100:
        return('Richard gagne')
    else:
        return('Julie gagne')
```

B)
```
def gain(resultat):
    S=0
    while resultat!=[]:
        S=S+resultat.pop()
    if S>=100:
        return('Richard gagne')
    else:
        return('Julie gagne')
```

C)
```
def gain(resultat):
    S=0
    while resultat!=[]:
        S=S+resultat.append()
    if S>=100:
        return('Richard gagne')
    else:
        return('Julie gagne')
```

D)
```
def gain(resultat):
    S=0
    while resultat!=[]:
        S=S+resultat.append()
    if S<100:
        return('Richard gagne')
    else:
        return('Julie gagne')
```


Tournez la page S.V.P.

Question 14 :

Antoine propose de parier avec Richard en utilisant la fonction suivante :

```
def gagne(resultat):
    Score1=0
    Score2=0
    while resultat!=[]:
        p=resultat.pop()
        if p==1:
            score1=score1+1
        else
            score2=score2+1

    if score1>score2:
        return('Richard gagne')
    else:
        return('Antoine gagne')
```

En utilisant cette fonction gagne, parmi les assertions suivantes lesquelles sont justes :

A) Antoine gagne si le nombre de 1 obtenus par Richard est strictement supérieur au nombre de 2.

B) Antoine gagne si le nombre de 1 obtenus par Richard est strictement inférieur au nombre de 2.

C) Antoine gagne si Richard ne fait pas de 1.

D) Antoine gagne si Richard obtient une suite de 1 au moins de longueur 2.

Question 15 :

Pour les questions 15 à 18 on considère une base de données utilisée dans l'agence de location immobilière CHEZ MOI à Toulouse. Cette base de données contient les deux tables suivantes :

APPARTEMENTS(APT_ID,APT_PRO,APT_VILLE,APT_TARIF,APT_SURF)

PROPRIETAIRES(PRO_ID,PRO_NOM,PRO_PRENOM,PRO_ADRESSE,PRO_TEL)

La première regroupe les données sur les appartements : leur identifiant, l' identifiant de leur propriétaire, la ville, le montant du loyer et la surface.
La deuxième regroupe les données sur les propriétaires des appartements : leur identifiant, le nom, le prénom, leur adresse et le numéro de téléphone.
Les clés primaires sont soulignées.
A quoi servent ces clés ?

A) A enregistrer toutes les données.

B) A effectuer les mises à jour.

C) A distinguer chaque enregistrement de manière unique.

D) A dupliquer plusieurs lignes d'une table.

Question 16 :

Que fait la requête SQL suivante :
SELECT * FROM APPARTEMENTS WHERE APT_SURF>40 ;

A) Elle sélectionne tous les champs de la table APPARTEMENTS.

B) Elle sélectionne les données de la table APPARTEMENTS concernant les appartements dont la surface est strictement supérieure à 40.

C) Elle compte le nombre d'appartement de surface supérieure à 40 dans la table APPARTEMENTS.

D) Elle n'est pas valide.

Question 17 :

Lesquelles des requêtes suivantes permettent d'obtenir l'identifiant des propriétaires des appartements dont le loyer est le plus élevé ?

A) SELECT APT_PRO FROM APPARTEMENTS WHERE APT_TARIF = (SELECT MAX(APT_TARIF) FROM APPARTEMENTS) ;

B) SELECT APT_PRO FROM APPARTEMENTS WHERE MAX(APT_TARIF) ;

C) SELECT APT_PRO FROM APPARTEMENTS WHERE APT_TARIF = (SELECT MAX(APT_TARIF) FROM PROPIETAIRES) ;

D) SELECT APT_PRO FROM PROPRIETAIRES WITH MAX(APT_TARIF) ;

Question 18 :

Quel opérateur est le plus adapté pour obtenir le numéro de téléphone des propriétaires des appartements dont le loyer est le plus élevé.

A) Une jointure.

B) Une division cartésienne.

C) Une intersection.

D) Il est impossible d'obtenir ces données car les tables contenant les numéros de téléphones et le montant des loyers sont distinctes.

Tournez la page S.V.P.

Question 19 :

On considère le problème de cauchy : $\begin{cases} \frac{dy}{dt}(t) = y^3(t) \\ y(0) = 1 \end{cases}$ pour $t \in [0,1]$. On décide de calculer de manière approchée par une méthode d'Euler la solution. Soit n un entier non nul on pose $y_k = y(\frac{k}{n})$. Parmi les assertions suivantes, lesquelles correspondent bien à un schéma d'Euler explicite pour le problème de Cauchy posé :

A) $y_0 = 1$ et $y_{k+1} = y_k + n.y_k^3, \forall k \in [|0, n-1|]$.

B) $y_0 = 1$ et $y_{k+1} = ny_k + y_k^3, \forall k \in [|0, n-1|]$.

C) $y_0 = 1$ et $y_{k+1} = y_k + \frac{1}{n}.y_k^3, \forall k \in [|0, n-1|]$.

D) $y_0 = 1$ et $y_{k+1} = y_k + n.y_{k+1}^3, \forall k \in [|0, n-1|]$.

Question 20 :

On reprend le problème posé à la question précédente. On implémente sur une machine une fonction permettant de calculer pour n donné les valeurs $(y_k)_{0 \leq k \leq n}$ donné par le schéma d'Euler explicite précédent. Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies.

A) Plus n est grand plus le temps de calcul sera élevé.

B) Plus n est grand, plus l'erreur commise entre la solution calculée et la solution réelle est forte.

C) Le choix de n n'influe pas sur la qualité de la solution calculée.

D) Choisir un n correctement c'est faire un compromis entre le temps de calcul et la qualité de la solution obtenue.

IMPRIMERIE NATIONALE - D'après documents fournis

J. 15 1238

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE **Session 2015**

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE

◆

Épreuve facultative de

CONNAISSANCES AÉRONAUTIQUES

Durée : 1 heure

Coefficient : Bonus

◆

Cette épreuve comporte :

1 page de garde
1 page d'instructions pour remplir le QCM
4 pages de texte recto

L'USAGE DE CALCULATRICES, DE TELEPHONES PORTABLES OU DE DOCUMENTS PERSONNELS N'EST PAS AUTORISE

ÉCOLE NATIONALE D'AVIATION CIVILE **ICNA 2015**

ÉPREUVE FACULTATIVE DE CONNAISSANCES AÉRONAUTIQUES

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve facultative de Connaissances Aéronautiques de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

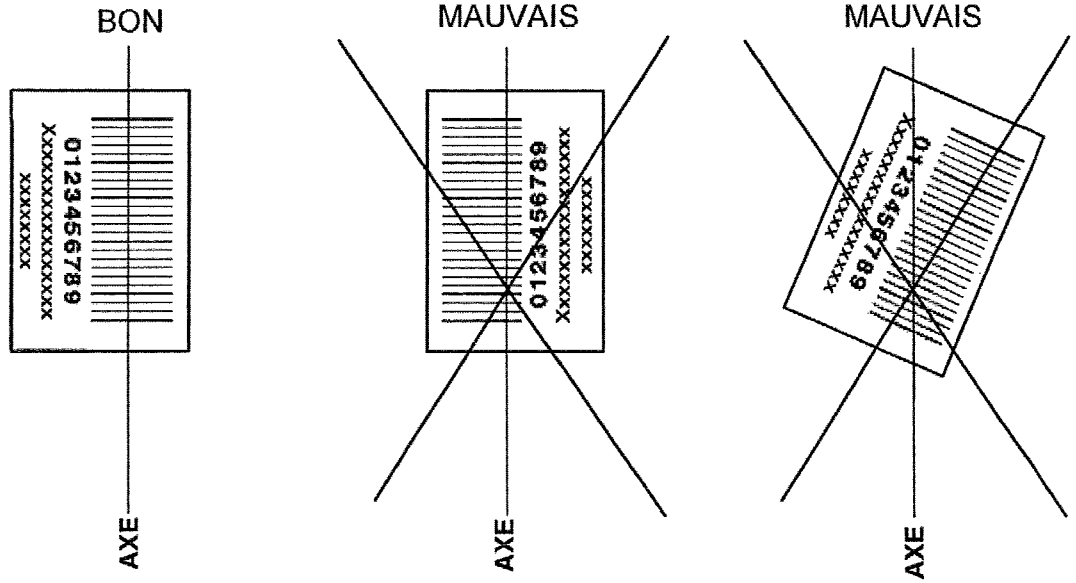
ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, **l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez,** c'est-à-dire « épreuve facultative de Connaissances Aéronautiques ».

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, positionner celle-ci en **position verticale** avec les chiffres d'identification **à gauche** (le trait vertical devant traverser la totalité des barres de ce code).

EXEMPLES :



2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un STYLO BILLE ou une POINTE FEUTRE de couleur **NOIRE**.

3) Utilisez le sujet comme brouillon (ou les feuilles de brouillons qui vous seront fournies à la demande par la surveillante qui s'occupe de votre rangée) et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.

4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.

5) Cette épreuve comporte 20 questions. Vous devez donc porter vos réponses sur les lignes numérotées de 1 à 20. N'utilisez en aucun cas les lignes numérotées de 21 à 100. Veillez à bien porter vos réponses sur la ligne correspondant au numéro de la question.

CHAQUE QUESTION NE COMPORTE QU'1 SEULE BONNE REPONSE.

1 - En France, les services de la circulation aérienne comprennent :

A) le service de contrôle, le service d'information de vol et le service d'alerte.

B) uniquement le service de contrôle et le service d'information de vol

C) uniquement le service de contrôle et le service d'alerte

D) uniquement le service d'information de vol et le service d'alerte

2 - A quel type d'espace correspond la définition suivante : « espace aérien contrôlé s'étendant verticalement à partir de la surface jusqu'à une limite supérieure spécifiée » :

A) une région de contrôle terminale (TMA)

B) une région de contrôle (CTA)

C) une zone de contrôle (CTR)

D) une région d'information de vol (FIR)

3 - La piste d'un aérodrome est orientée 168° / 348°. Le vent est du 320° / 20 kts, quelle sera la piste en service :

A) 16

B) 17

C) 34

D) 35

4 - En VFR, le dépôt d'un plan de vol FPL est obligatoire pour :

A) le franchissement de frontières

B) décoller d'un aérodrome contrôlé

C) transiter dans une zone réglementée

D) évoluer au-dessus du FL 115

5 - Un aérodrome ouvert à la CAP est un aérodrome:

A) réservé à l'usage d'une administration d'Etat

B) à usage restreint

C) à activités commerciales, de tourisme, d'école

D) à l'usage uniquement militaire

6 - On dit d'un obstacle qu'il est frangible quand :

A) il perce l'OCS mais n'affecte pas la pente ILS
B) seul le balisage nocturne est nécessaire
C) il ne présente pas de résistance à l'impact
D) il est temporaire

7 - Un pilote à l'atterrissage sur un aérodrome utilise un PAPI. Il voit deux feux blancs et deux feux rouges. Il en conclut qu'il est :

A) trop bas
B) trop haut
C) sur la bonne pente
D) hors utilisation du PAPI

8 - Sur une carte VAC, le terme TORA indique :

A) la distance de roulement au décollage
B) la distance utilisable pour le décollage
C) la distance disponible pour l'atterrissage
D) la longueur du prolongement d'arrêt

9 - L'altitude d'un aérodrome c'est :

A) l'altitude du point le plus élevé de la zone d'aérodrome
B) l'altitude du point le plus élevé de la zone voisine d'aérodrome
C) l'altitude du seuil de la piste aux instruments
D) l'altitude du point le plus élevé de l'aire d'atterrissage

10 - Dans quel document officiel trouve-t-on la description des zones réglementées ?

A) RAC3
B) AIP France volume EN ROUTE
C) ITAC
D) CHEA

11 – En France la partie d'une AWY située au-dessus du plus haut des deux niveaux (FL 115 /3000 ft ASFC) est classée :

A) B
B) C
C) D
D) E

12 – Un stratus est un nuage :

A) élevé
B) de moyenne altitude
C) bas
D) à grande extension verticale

13 - L'une des affirmations suivantes est fausse. Le service du contrôle de la circulation aérienne est assuré dans le but :

A) de prévenir les collisions entre aéronefs
B) de prévenir, sur l'aire de manœuvre, les collisions entre les aéronefs et les obstacles
C) de fournir les avis et les renseignements utiles à l'exécution sure et efficace des vols
D) d'accélérer et d'ordonner la circulation aérienne

14 - Qu'est-ce qu'une approche de précision de catégorie 2 ?

A) une approche classique avec une visibilité supérieure à 1 500 m
B) une approche de précision conduite jusqu'a une hauteur de décision de 300 m
C) une approche de précision conduite jusqu'a une hauteur de décision supérieure ou égale à 200ft
D) une approche de précision conduite jusqu'a une hauteur de décision inferieure à 200ft et supérieure ou égale à 100 ft

15 - Le terme brouillard est utilisé dès lors que la visibilité est :

A) inférieure à 3 km
B) inférieure à 1500 m
C) inférieure à 1 km
D) inférieure à 500 m

16 - Le brouillard qui se forme lorsqu'une masse d'air humide se déplace sur un sol de plus en plus froid se nomme :

A) brouillard d'advection

B) brouillard de rayonnement

C) brouillard de mélange

D) brouillard d'évaporation

17 - Il y a inversion de température lorsque :

A) la température est négative.

B) la température augmente en même temps que l'altitude

C) la température décroît en même temps que l'altitude croit

D) la température croît en même temps que l'altitude décroît

18 - METAR SPECI LFBO 030800Z 26010KT 4500 BR OVC029 04/02 Q1039 NOSIG= 030800 . Ce METAR de Toulouse signale :

A) de la pluie, ciel couvert à 2900 pieds

B) de la brume, ciel couvert à 2900 pieds

C) le QFE est de 1039 HPA

D) le METAR est valable sur la période de 03h00 à 08h00 UTC

19 - Sur un aérodrome l'altitude de Transition est de 5000 ft, le QNH est de 1002 hPa. Le niveau de transition est le :

A) FL50

B) FL65

C) FL55

D) FL60

20 - Un B777-300 est en descente à 300kt IAS. Cause trafic, cet avion a du réduire à 250 kt
Une fois sa réduction effectuée, il reprend sa descente à IAS constante 250 kt :

A) sa pente de descente est la même qu'à 300 kt IAS

B) sa pente de descente est plus forte qu'à 300 kt IAS

C) sa pente de descente est plus faible qu'à 300 kt IAS

D) à 250 kt IAS, le B777 ne peut pas rester en configuration lisse

IMPRIMERIE NATIONALE – D'après documents fournis

J. 15 1239

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE **Session 2015**

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE

◆

Épreuve facultative d'ALLEMAND

Durée : 1 heure

Coefficient : Bonus

◆

Cette épreuve comporte :

1 page de garde
1 page de texte/questions

L'USAGE DE CALCULATRICES, DE TELEPHONES PORTABLES OU DE DOCUMENTS PERSONNELS N'EST PAS AUTORISE

Amerikanische oder deutsche Geschichte?

1. Am 1. Oktober 1881 werden der deutsche Ingenieur Wilhelm Böing und seine Frau Marie glückliche Eltern eines keinen Juniors: Wilhelm Eduard Böing. Das Ehepaar hatte einige Jahre vorher seine Heimatstadt Limburg verlassen, um sein Glück in Amerika zu versuchen. Dort eröffnete der Ingenieur Wilhelm Böing kurz nach der Ankunft in Detroit einen Bauholzhandel und wurde ein reicher Mann.
2. Vater Böing stirbt jung. Seine Witwe schickt den Sohn Wilhelm danach in ein Schweizer Internat. 1900 kehrt Wilhelm in die USA zurück; er will sich um die Fabrik seines Vaters kümmern. Da der Familienname für Amerikaner schwer auszusprechen ist, ändert er ihn von Böing auf Boeing und aus Wilhelm Eduard wird William Edward. Bei der Weltausstellung von 1909 in Seattle sieht William sein erstes Flugzeug und ist ab dann leidenschaftlich am Luftverkehr interessiert. Da kein amerikanischer Pilot ihn als Passagier mitnehmen will, lernt er auf deutschem Boden (Mülhausen) zu fliegen.
3. Zurück in den Vereinigten Staaten, baut er zunächst eine Kopie von einem Mülhauser Flugzeug, das er bei Mülhausen-Aviatik geflogen hat. 1916 gründet er seine Flugzeugfirma, die er 1917 „Boeing Airplane Company" tauft. Boeing ist heute der größte Hersteller von Flugzeugen in den USA und neben Airbus einer der beiden bedeutendsten Flugzeughersteller weltweit. Eine Erfolgsgeschichte mit deutschem Hintergrund.

Glossar

Bauholzhandel - Handel mit Holz für Bauzwecke (commerce de bois de construction)
Witwe - Frau, deren Ehemann gestorben ist (veuve)
Weltausstellung - internationale Ausstellung (exposition mondiale)
leidenschaftlich – begeistert, eifrig, emotional betont (passionnément)

- Übersetzen Sie den zweiten Absatz (8 Punkte)
- Beantworten Sie folgende Frage :
  Warum ist es eine deutsch-amerikanische Geschichte?
  (8 Punkte)
- Aus wie vielen bereits vorhandenen Wörtern besteht das Kompositum „Luftfahrtforschungsprogramm" und was bedeuten die einzelnen Komposita?
  (4 Punkte)

IMPRIMERIE NATIONALE – D'après documents fournis

J. 15 1241

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE **Session 2015**

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE

◆

Épreuve facultative
d'ITALIEN

Durée : 1 heure

Coefficient : Bonus

◆

Cette épreuve comporte :

1 page de garde
2 pages de texte/questions recto

L'USAGE DE CALCULATRICES, DE TELEPHONES PORTABLES OU DE DOCUMENTS PERSONNELS N'EST PAS AUTORISE

L' indiano

La disoccupazione è una cosa per il disoccupato e un'altra per l'occupato. Per il disoccupato è come una malattia di cui deve guarire al più presto, se no muore ; per l'occupato è una malattia che gira e lui deve stare attento a non prenderla se non vuole ammalarsi anche lui, ossia diventare, appunto, disoccupato. Ebbene io posso considerare la mia vita sedici anni in su come una malattia continua con intervalli di salute. Tanto che una di quelle mattine, parlandone con gli altri pittori, alla villa sulla Cassia, ebbi a dire : « A questo mondo non c'è che l'impiegato che stia bene...entra in ufficio a vent'anni, ne esce a sessanta con la pensione...nessuno lo manda via, nessuno gli viene a dire che c'è la crisi...la tremarella di essere licenziato lui non ce l'ha... « Gasparino, un muratore anziano, a sentirmi dire così, osservò : « E va bene, tutti impiegati, allora, anche i muratori ? » « Sicuro, tutti impiegati. » « Ma lo sai che vorrebbe dire ? Che adesso si fanno lavorare i muratori per costruire le case per far lavorare i muratori : e chi ci andrebbe, poi, in quelle case, i mutarori ? »

Discussione filosofica, diciamo così, ma finì subito perché un certo Enrico, uno dei pittori, disse ad un tratto con autorità : « Proprio così : i muratori, » facendoci restare tutti quanti a bocca aperta. Però, subito dopo, parve pentito di aver parlato ; si allontanò e andò a fumare in disparte. Gli altri, tutta gente semplice, lo guardarono e scossero la testa come per dire : ma che è scemo ? Io, invece, che da un pezzo lo sorvegliavo, questo Enrico, e ci avevo la mia idea, poco dopo lo presi a parte e gli domandai a bruciapelo : « Dì un pò, ma niente niente, per caso tu non saresti lo Scià di Persia traverstito ? « Lui sorrise con aria di superiorità e domandò : « Che cos'è che te lo fa pensare ? » Enrico è un giovanottello biondiccio, con gli occhiali e le spalle strette. Avrei potuto mortificarlo dicendogli che i pittori di solito sono pezzi d'uomini perché quello del pittore è un mestiere duro e richiede forza nelle braccia . Dissi, invece , semplicemente che lui non era come gli altri. E allora lui mi rivelò la verità : non era pittore, ma studioso di cose sociali ; e suo padre era ricco sfondato possedendo quei grandi magazzini di telerie, che stanno a Via Nazionale ; e lui i soldi di suo padre non li voleva e voleva vivere del suo lavoro come noialtri operai e fare la nostra vita e provare quello che provavamo noi. « A che scopo ? « domandai secco secco. Lui esitò e poi rispose : « A scopo di studio . »

Mi accesi subito : « Studia quanto ti pare, ma una cosa non potrai mai provarla, neppure se torni a nascere. « Quale ? » « Il sentimento del disoccupato. Mettiamo che dopo questo lavoro qui, restiamo disoccupati, come è probabile, che succede ? Io e gli altri ci troviamo in mezzo alla strada e tu, invece, vai a casa tua, da papà e ti trovi meglio di prima. » Enrico , sempre con quell'arietta protettiva che mi dava un poco sui nervi, rispose pronto che lui se la sentiva di essere anche disoccupato. Risposi non meno pronto : « Bravo, ma per te sarà come un gioco, sarà come i ragazzini quando giocano a far gli indiani : farai l'indiano, ma i veri indiani siamo

noialtri, veri operai e veri disoccupati ; tu sarai sempre un indiano finto, ci avrai sempre papà con i suoi magazzini, di riserva, per tenerti su il morale, anche se, per puntiglio, ti lascerai morire di fame e il morale, nella disoccupazione, è tutto, bello mio. » Questa volta azzitti ; e con finta disinvoltura disse che voleva offrirmi da bere. Accettai e la cosa finì lì.

Da Alberto MORAVIA , Nuovi racconti romani

L' indiano

TRADURRE :

Ultimo paragrafo . (4 points)Depuis : « Mi accesi subito... » jusqu'à : « per tenerti su il morale » .

DOMANDE :

1) Che cosa pensi della scelta di Enrico di fare il pittore « a scopo di studio » (8 points)

2) Spiega il titolo del testo « l'indiano ». Perchè viene usata questa parola dal narratore. Che cosa ha voluto affermare.
(8 points)

BAREME

VERSION :	4 points
QUESTION 1 :	8 points
QUESTION 2 :	8 points

IMPRIMERIE NATIONALE - D'après documents fournis

J. 15 1240

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE **Session 2015**

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE

◆

Épreuve facultative d'ESPAGNOL

Durée : 1 heure

Coefficient : Bonus

◆

Cette épreuve comporte :

1 page de garde
1 page de texte/questions

L'USAGE DE CALCULATRICES, DE TELEPHONES PORTABLES OU DE DOCUMENTS PERSONNELS N'EST PAS AUTORISE

20Minutos
Cristina García Pérez/EFE. 26.10.2014

Los ojos del mundo, cielo nítido salpicado de estrellas, hogar de pueblos indígenas, cuna arqueológica de variada oferta, son algunas de las bellezas que guarda el desierto más árido del mundo, Atacama, recomendado por Lonely Planet como destino imprescindible para 2015.
Con más de 100 millones de libros impresos en nueve idiomas y diez millones de usuarios únicos mensuales en su web, la guía Lonely Planet, que tiene una solida credibilidad en temas de turismo, publicó sus diez destinos recomendados para el próximo año.
En su comentario sobre el desierto de Atacama, la editorial destaca su fama a raíz del rescate de los 33 mineros en 2010, su singular paisaje, los cielos despejados que lo convierten en un enclave perfecto para la observación astronómica y la rica gastronomía.
Lo más visitado, Valle de la Luna, Valle de la Muerte y los Géiseres de El TatioQue la célebre guía ponga sus ojos en Atacama, es solo una prueba más de que, desde hace años, este emplazamiento único ha abierto sus encantos a los turistas, que al llegar a Chile quedan impresionados por su belleza paralizada en el tiempo.
"Cada vez recibimos más turistas, principalmente europeos y brasileños aunque estamos abriendo nuevos mercados", explica Marcela Godoy, directora de la oficina del Servicio Nacional de Turismo (Sernatur) de San Pedro de Atacama.
El desierto chileno es lugar de observatorios astronómicos, entre los que se encuentra el Proyecto Alma y Cerro Paranal, concentrando el 40% de los principales telescopios del planeta, lo que se ha convertido también en un gran atractivo.
Godoy considera que el hecho de que gran número de países hayan colaborado en la instalación de nuevos telescopios ayudó al creciente turismo astronómico.
Pero no solo de su cielo vive Atacama, el altiplano cuenta con una rica influencia de pueblos indígenas (aimaras y atacameños), que siembran el desierto de fiestas tradicionales, pequeños enclaves y rica gastronomía.

Preguntas :

1 - ¿ Por qué el desierto de Atacama atrae a tantos turistas ? (7pts)

2 – Traducir desde « Lo más visitado, Valle de la Luna » a « Servicio Nacional de Turismo (Sernatur) de San Pedro de Atacama ». (6 pts)

3 – Poner en futuro desde « Lo más visitado, Valle de la Luna » a « Servicio Nacional de Turismo (Sernatur) de San Pedro de Atacama ». (7pts)

IMPRIMERIE NATIONALE – D'après documents fournis